
Sincronización de fase y Análisis de Componentes Principales para la construcción del ciclo económico de México

Phase synchronization and Analysis of Principal Components for the construction of the economic cycle of Mexico

Revista Latinoamericana de Investigación Social, vol. 6, no.1

Josué Alan Cantú Esquivel
Instituto Politécnico Nacional
jcantue@ipn.mx

Ricardo Jacob Mendoza Rivera
Instituto Politécnico Nacional
ricardo.mendoza@ciencias.unam.mx
(correspondencia)

Yorka Veruska Arteaga Nagashiro
Instituto Tecnológico Autónomo de México
yvarteaga@naturgy.com

Artículo de investigación

Recibido: 10/01/2024

Aceptado: 08/03/2024

Fecha de publicación: 13/03/2024

Resumen

El trabajo examina la dinámica evolutiva de los ciclos económicos de México empleando las combinaciones lineales de doce indicadores macroeconómicos representativos. Para abordar la complejidad del problema derivada del número de variables como por la volatilidad que estas manifiestan, se emplea la sincronización de fase, el análisis de componentes principales y pruebas de estacionariedad. Los resultados obtenidos demuestran que es posible construir un ciclo económico generalizado capaz de capturar los comportamientos más uniformes de las series mediante las combinaciones lineales de las variables en ciclos, además que estas combinaciones capturan los niveles de aportación en varianza agregada de cada serie.

Palabras Clave: análisis de componentes principales; ciclo económico; sincronización de fase.

Abstract

Our research focuses on understanding the patterns of economic cycles in México by analyzing twelve key macroeconomic indicators. We use different techniques, such as phase synchronization, principal component analysis, and stationarity tests, to address the complexity of the problem arising from the high number of variables and their inherent volatility. Our results demonstrate that it is possible to create a generalized economic cycle by using linear combinations of these indicators, which capture the most consistent behaviors of the series. Additionally, these linear combinations reflect the contribution

levels of each indicator to the aggregate variance.

Keywords: *principal component analysis; business cycle; phase synchronization.*

Introducción

La comprensión de los ciclos económicos resulta esencial para la macroeconomía, la política monetaria y la gestión de riesgos financieros debido a que el análisis de la evolución de las oscilaciones facilita comprender las señales de la dinámica cíclica generalizada de las economías. Cantú, Ríos y Jiménez (2022) enuncian que modelar los ciclos permite anticipar posibles cambios del corto al mediano plazo en las condiciones económicas de los países e inclusive en la economía mundial y de sectores económicos por actividad.

Respecto al seguimiento de variables guía del ciclo agregado, Claessens, Kose y Terrones (2011) destacan la importancia de monitorear las fluctuaciones en los niveles de crédito, consumo, confianza empresarial e indicadores financieros al modelar los ciclos económicos y remarcan la importancia de no solo enfocarse en indicadores macro de producción y comercio, sino que remarcan la necesidad de también modelar indicadores de volatilidad del mercado financiero.

Asimismo, Grinderslev et al. (2017) subrayan que el desarrollo de las oscilaciones no debe subestimarse ya que el seguimiento de las fases económicas ha ganado mayor atención por el ámbito público como privado, especialmente después de las crisis derivadas de los colapsos financieros ocurridos en 2001 y 2008. El trabajo propone que es mejor (y más viable) modelar al ciclo económico de una nación mediante la incorporación de múltiples variables relevantes en la conformación de las oscilaciones, en lugar de solo tomar un indicador de actividad económica agregado.

Dada la relevancia del tema, y en sintonía con estos antecedentes, este trabajo plantea tres interrogantes fundamentales: ¿Existen variables que sean mayormente representativas del ciclo económico agregado?, ¿Se pueden identificar duraciones promedio de los ciclos?, y ¿Es factible construir el ciclo económico a través de una combinación lineal de un sistema de indicadores económicos representativo? En este contexto, la premisa fundamental de nuestra investigación reside en la factibilidad de edificar un sistema cíclico que capture las características y oscilaciones más

representativas de variables que representen las fluctuaciones de la economía de México. Se plantea que esto puede lograrse primero con la sincronización de fase, luego mediante la creación de combinaciones lineales de las variables en ciclos y posteriormente, con la extracción de los componentes principales de un sistema de variables que en conjunto reconstruyan un ciclo económico agregado.

Respecto a la hipótesis de la investigación, planteamos la siguiente: si se extrae el componente cíclico de doce variables macroeconómicas y financieras representativas, entonces podemos representar al ciclo económico agregado de la economía mexicana. Se propone que, con esta metodología, es posible capturar una dinámica más uniforme y significativa de los ciclos mediante el modelado de las series y el empleo de sus combinaciones lineales a través de las señales analizadas. Comprobaremos esta hipótesis mediante los resultados de técnicas específicas, como la sincronización de fase y el análisis de componentes principales.

En línea con la hipótesis, el objetivo principal de esta investigación es construir un indicador del ciclo económico agregado de la economía mexicana mediante la sincronización de fase y análisis de componentes principales en la interacción del sistema de doce variables. Los objetivos específicos incluyen modelar cada variable, examinar su evolución cíclica en términos de duración y número de oscilaciones promedio, analizar la estabilidad y volatilidad de los ciclos y evaluar la presencia de algún nivel de memoria mediante pruebas de estacionariedad. Además, se busca identificar las series con ciclos más estables que posiblemente guíen a otras.

En resumen, el principal aporte de nuestra investigación destaca al proponer la representación del ciclo económico agregado a través de la extracción de componentes principales de variables económicas y financieras. Los modelos revelan que las tasas de interés, los niveles de crédito y la dinámica de los índices bursátiles son las variables más representativas para la construcción de combinaciones lineales uniformes. El documento se organiza en cinco apartados: la revisión de trabajos (antecedentes al tema), las teorías económicas que apoyan al tema, la metodología, la aplicación del modelado a las series y finalmente las conclusiones.

En última instancia, los resultados respaldan la viabilidad de aplicar esta

metodología a otros países en futuras investigaciones.

Revisión de literatura

Existen múltiples teorías que buscan explicar las causas de los ciclos económicos, pero ninguna ha sido completamente aceptada debido a sus fundamentos divergentes. Kindleberger (2005) sugiere que las oscilaciones en las economías suelen derivar por fallas sistémicas en los aparatos financiero y monetario del capitalismo, así como por las demoras en los factores cognitivos y de acción de los bancos centrales en detectar estos problemas. El trabajo explica que estos retrasos impiden que se actúe a tiempo para mitigar los impactos de la evolución de variables monetarias.

Enriqueciendo el debate, Minsky (1986) destaca que las fases de expansión económica son impulsadas por el aumento de los niveles de crédito, lo que eventualmente conduce a una etapa de especulación financiera, generando la pérdida de sostenibilidad alcista y desembocando en fases oscilatorias contractivas. Una conclusión destacada de su trabajo es su análisis sobre la intervención de los bancos centrales: pues, aunque su objetivo es mantener niveles de precios estables y fomentar el pleno empleo, Minsky argumenta que su intervención a menudo resulta en lo contrario, una idea que desarrolla en su hipótesis sobre fragilidad financiera.

En relación con los ciclos financieros, Razo de Anda et al. (2018) coinciden en que estos se originan por las facilidades de crédito en la economía, destacando la falta de coordinación efectiva entre los diversos agentes bancarios en la creación y destrucción de dinero. Su estudio concluye que es esencial limitar el papel de los mercados financieros, haciéndolos más productivos y menos especulativos en la concesión de créditos. De lo contrario, advierten que las fases contractivas podrían volverse más perjudiciales en cada ciclo, dificultando la recuperación del aparato económico.

También, algunos trabajos que analizan el comportamiento oscilatorio de variables monetarias en relación con las fases del ciclo económico agregado para distintos países son las investigaciones de Agénor et al. (2000) y Alper (2002). En estos señalan que para economías desarrolladas como la de Estados Unidos, los agregados monetarios y los niveles de precios tienden a actuar de manera contra cíclica y con cierto rezago respecto a

variables procíclicas como las oscilaciones de tasas de interés y flujos de capital. Por otra parte, su investigación reveló que, en economías emergentes como México, los ciclos económicos de las variables no están tan claramente definidos como en las economías desarrolladas. Además, en estas últimas, las masas monetarias no suelen reflejar patrones cíclicos evidentes.

También, Vergara, Mejía y Díaz (2021) analizan la dinámica de variables monetarias y financieras en relación con la economía agregada de México. Su investigación concluye que la política monetaria de Banxico ha demostrado comportamientos procíclicos, evidenciados en las oscilaciones de la tasa de interés. Ellos remarcan que, aunque esto ha contribuido a estabilizar los niveles de precios, también ha exacerbado las fluctuaciones de otras variables como los niveles de crédito, confianza empresarial y el tipo de cambio.

Todas estas investigaciones subrayan la interconexión de múltiples factores en la formación del ciclo económico. Los antecedentes destacan que las fluctuaciones no están limitadas al movimiento de una sola variable, sino que es posible construirlo mediante un modelo que capture las propiedades más uniformes de las series más representativas de las economías. El siguiente apartado se centra en fortalecer estas ideas desde diversas perspectivas del pensamiento económico.

Teorías económicas sobre las causas de los ciclos económicos

En esta sección, se presentan algunas de las teorías más relevantes que abordan la explicación de los ciclos económicos. Estas buscan responder a preguntas clave sobre las causas de las oscilaciones, las variables que deberían manifestar comportamientos oscilatorios, y la comprensión de las duraciones promedio de los ciclos según su categoría, ya sea a corto o largo plazo.

Literatura económica

De acuerdo con Keynes (1936), los ciclos económicos se originan a partir de las oscilaciones en la demanda agregada, movimientos en las tasas de interés, preferencias por la liquidez, variaciones del consumo y la eficiencia marginal del capital. Según su teoría, las variaciones en la demanda de inversión de los empresarios, dada su inestabilidad en comparación con

la demanda de bienes de consumo, son la principal causa de las oscilaciones económicas. Aunque esta escuela es criticada por concebir de manera mecánica el ciclo y recomendar la intervención estatal, afectando variables como la oferta monetaria, reservas internacionales, precios, niveles de empleo y salarios, se destaca que esta perspectiva considera que el dinero en la economía no es neutral, a diferencia de la visión neoclásica.

Por otra parte, los neoclásicos sostienen que el dinero es neutral, argumentando que las oscilaciones económicas se generan por choques provenientes de variables reales como innovaciones tecnológicas, variaciones en el gasto público y cambios en la producción agregada y en los niveles de empleo. Además, afirman que el mercado laboral siempre se equilibra mediante la sustitución intertemporal entre trabajo y ocio, basándose en las decisiones inter temporales de los trabajadores. Explican que los choques en las variables reales provocan variaciones temporales en las tasas de interés y salarios, alterando temporalmente la producción hasta que los mercados convergen a situaciones de equilibrio dinámico. Sugieren que lo más recomendable es permitir que las cosas se estabilicen por sí mismas.

En contraste a la escuela neoclásica, los neokeynesianos argumentan que, si existe rigidez en precios y salarios, lo que se traduce en precios pegajosos esta impide de ajustes inmediatos en los mercados. Su análisis destaca que el principal impulsor del dinamismo económico es la demanda agregada y las imperfecciones en los mercados; esto significa que los choques exógenos pueden hacer que la economía regrese lentamente a su estado original, ya que los ajustes en precios y mercados no ocurren de manera simultánea, sino escalonada, generando fluctuaciones temporales que desencadenan crisis económicas, monetarias y financieras.

Finalmente, en la perspectiva heterodoxa, destaca la teoría de la fragilidad financiera de Minsky (1977). Contrario a los postulados de los modelos neoclásicos, Minsky argumenta que no se requieren choques exógenos para perturbar la economía de su supuesta “senda de equilibrio estacionario”. Su hipótesis sugiere que las desviaciones surgen inherentemente por el sistema bancario debido a la concesión de préstamos, ya que eventualmente se otorgarán préstamos a solicitantes de menor calidad crediticia impulsados por las expectativas de crecimiento económico. Este concepto se explora en la teoría de la fragilidad financiera de Minsky.

Frecuencia y periodicidades de los ciclos económicos

Las distintas escuelas del pensamiento económico ofrecen explicaciones sobre las causas de los ciclos, lo que ofrece un marco inicial para identificar las variables y canales que teóricamente pueden originar las oscilaciones. No obstante, Calderón (2012) señala una crítica común en la literatura económica: las teorías a menudo se limitan a referirse a los ciclos simplemente como oscilaciones, sin especificar su duración, ya sea corta o larga. Además, Villarreal y Hernández (2016) proponen una clasificación de los ciclos según su duración, periodicidad y frecuencia, mencionando las siguientes categorías:

- Ciclos de Kitchin: Duración de cuarenta meses (o entre tres y cinco años).
- Ciclos de Juglar: Fluctúan entre seis y diez años.
- Fluctuaciones de Kuznetz: Oscilan de dieciséis a veinte años.
- Ciclos de Kontratoeff: Presentan oscilaciones alrededor de cuarenta y ocho a sesenta años.

El análisis de diversas corrientes del pensamiento económico nos permite identificar las variables más representativas para modelar el ciclo económico agregado según distintos autores. A pesar de las divergencias en sus conclusiones, todos reconocen el papel y dinamismo de los mercados financieros, tasas de interés, niveles de crédito y empleo, así como de las expectativas empresariales como factores clave en el seguimiento de los ciclos. En cuanto a las duraciones, García-Ruiz (2014) destaca que, en el estudio de oscilaciones, aquellas variables que consoliden un mayor número de ciclos en lapsos relativos entre variables tenderán a exhibir duraciones más cortas. Esto se debe a la generación de un mayor número de fluctuaciones en el mismo intervalo de tiempo en comparación con sus semejantes, resultando en una frecuencia más alta debido a su mayor dinamismo.

Metodología

En este apartado, se presentan las tres herramientas esenciales para analizar las oscilaciones cíclicas de cada variable modelada y posteriormente, para la construcción del indicador guía de la economía mexicana. La unificación de las metodologías resulta fundamental, ya que

facilita el análisis de acoplamientos al trabajar con todas las variables en ciclos depurados a un mismo nivel, esto propicia el manejo homogéneo de la información.

Series de tiempo

De acuerdo con Xiao y Lima (2007) el propósito del análisis de series temporales es describir el proceso teórico subyacente en cada serie estudiada mediante la formulación de un modelo matemático y probabilístico. Cantú et al. (2022) señalan que se considera que una serie temporal es estrictamente estacionaria si todos los momentos de su distribución de probabilidad son invariables en el tiempo. Esto implica que cualquier innovación que afecte a la serie se reducirá a cero después de un determinado número de periodos, a menos que la serie posea algún nivel de memoria. La estacionariedad puede verificarse mediante pruebas estadísticas, y una serie se considera estacionaria si cumple con los siguientes requisitos:

$$E(X_t) = \mu \forall t$$

$$Var(X_t) = \sigma \forall t$$

$$Cov(X_t, X_s) = \gamma(X_t, X_s) = E(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s) ; f(t - s)$$

$$\rho(X_t, X_s) = \frac{\gamma(X_t, X_s)}{\sqrt{\sigma_t^2 \sigma_s^2}}$$

Estas afirmaciones implican que un proceso estocástico es fuertemente estacionario si la distribución conjunta de sus variables aleatorias, $f(x_1, \dots, x_m)f(x_n, \dots, x_{2n})$ es la misma en cualquier punto de la muestra. Para procesos estacionarios, se tiene que $\mu_t = \mu$, y que $\sigma_t^2 = \sigma^2$. Es decir, estos parámetros no cambian a lo largo del tiempo ni en muestras de la población. Además, dados los puntos de evaluación t y $t+k$, tenemos que $\gamma(t, t+k)$ y $\rho(t, t+k)$ dependerán solo de k . En otras palabras, el promedio de una muestra al azar de una población de gran tamaño tiende a estar cerca de la media de la población completa¹.

En el contexto de procesos estocásticos, la estacionariedad débil se define por la independencia temporal en el cálculo de la covarianza entre dos periodos, basándose únicamente en su distancia o rezagos. La comprobación de estacionariedad se realiza a través de pruebas de raíz unitaria, donde la estacionariedad se refleja en raíces reales del polinomio característico con un valor absoluto menor a uno. A continuación, se exponen las

¹ Por definición, en el caso de un proceso gaussiano, su distribución quedará determinada por μ y σ^2 .

tres pruebas de hipótesis que fueron empleadas en el trabajo.

Prueba Augmented Dickey Fuller (ADF)

Un test fundamental en las pruebas de existencia de raíz unitaria en series temporales es el trabajo de Dickey y Fuller (1979). Su enfoque se centra en la evaluación de la existencia de raíces a través de la siguiente regresión:

$$X_t = \beta X_{t-1} + u_t \quad (1)$$

La hipótesis nula de la prueba es que la serie posee una raíz unitaria, ello se deduce del planteamiento de que $\beta = 1$. Mientras que la hipótesis alternativa es que, al no presentarse una raíz unitaria, la serie de tiempo es estacionaria. Para realizar una prueba más robusta, en la práctica se recurre al empleo de la prueba Dickey-Fuller aumentada (ADF), ya que esta permite incorporar más rezagos de orden ρ de la variable estudiada, ello mediante la ecuación:

$$\Delta X_t = \beta X_{t-1} + \sum_{i=1}^{\rho} \alpha \Delta X_{t-1} + u_t \quad (2)$$

La ventaja de esta estructura en la regresión es que le permite a la serie X_t ser capaz de absorber cualquier estructura dinámica de sí misma a manera de que el término de perturbación u_t no lo recoja y no existan estructuras de dependencia en los residuos, garantizando que en estos no haya problemas de autocorrelación serial.

Prueba Phillips Perron (PP)

Otra contribución relevante sobre la existencia de raíces unitarias en series temporales proviene del trabajo de Phillips y Perron (1988). A diferencia de los enfoques iniciales de Dickey-Fuller, su propuesta incorpora procedimientos para evaluar la correlación entre los errores de regresión, analizando así la existencia de raíces unitarias en dichos errores. Basándose en la regresión utilizada en la prueba ADF, Phillips y Perron proponen un término u_t modificado en su regresión auxiliar:

$$u_t = e_t + \theta e_{t-1} + \dots + \theta_i e_{t-i} \quad (3)$$

Phillips y Perron destacan que su prueba incorpora la presencia de raíces unitarias en el proceso de media móvil, siendo diseñada para detectar cambios estructurales en las series. Este test comparte las mismas hipótesis nula y alternativa que las pruebas ADF para la existencia de raíces unitarias.

Prueba Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS)

Una prueba considerada de mayor potencia estadística por descomponer los componentes de la serie en factores de tendencia determinista, caminata aleatoria y error estacionario es la prueba KPSS. Esto se logra al evaluar directamente la estacionariedad de la serie de tiempo mediante la siguiente estructura:

$$X_t = \xi t + r_t + \dots + e_t \quad (4)$$

Al realizar la descomposición de los elementos de la serie, note que ξt representa el factor de tendencia, r_t un elemento de caminata aleatoria y e_t un término de error estrictamente estacionario. La prueba propone que el factor de caminata aleatoria está subordinado a la estructura:

$$r_t = r_{t-1} + u_t ; u_t \sim N(0, \sigma_u^2) \quad (5)$$

Sincronización de fase

Inspirada en el trabajo de Christian Huygens de 1673, el concepto de sincronización se refiere a la ocurrencia simultánea de eventos, ya sea directamente asociados o no. La asociación se evaluará según el comportamiento de las oscilaciones de las variables, considerando si muestran una interacción conjunta, contraria o independiente de manera simultánea o con rezagos. En el contexto de investigaciones sobre el análisis cíclico económico, la sincronización de fase se puede realizar mediante la metodología propuesta por Calderón, García y Cruz (2017) y Cantú *et al.* (2022) para la extracción del componente cíclico mediante un depurado de variables. Los pasos por seguir son los siguientes:

1.- Para el análisis de las series bajo estudio, el primer paso implica asegurar que estén en la misma escala, facilitando así el cálculo de su componente cíclico. Esto se logra mediante algún método de estandarización que garantice que todas las variables compartan la misma escala.

2.- Una vez estandarizadas, se aplica a las series un filtro que elimine las contaminaciones aleatorias (ruido), ya que este afecta únicamente a las señales cíclicas relevantes. El filtrado facilita la obtención del componente cíclico inherente de cada serie, y se logra mediante la aplicación de la función:

$$X_t = (\varepsilon * X_{t-1}) + ((1 - \varepsilon) * X) \quad (6)$$

Donde:

X_t : Serie Suavizada.

ε : Nivel del suavizado.

X_{t-1} : Serie Suavizada rezagada un periodo.

X: Variable a Suavizar.

La ecuación (6) establece que valores cercanos a uno en el nivel de suavizado eliminarán la mayor parte de las oscilaciones de corto plazo, preservando únicamente los ciclos de larga duración.

3.- Después de aplicar el filtro a cada variable, se procede al cálculo de la derivada numérica de cada serie. Como detalla García (2014), este cálculo proporciona un indicativo del cambio en las señales reales de los ciclos. La derivada numérica se calcula mediante:

$$f'(X_0) = \frac{f(X_0 + h) - f(X_0)}{h} \quad (7)$$

Desde la perspectiva de la sincronización de fase, es importante señalar que la derivada numérica se considera la mejor aproximación disponible de la señal entre dos puntos de información analizados. Esto nos proporciona información clave sobre cuándo las señales alcanzan sus mínimos y máximos, y en el caso de que estén sincronizadas, si tienden a coincidir en el comportamiento de sus derivadas.

4.- Con las derivadas numéricas de las señales, se procede a analizar el diferencial de fases de los ciclos de las variables, según sea el estado de acoplamiento de las señales.

Existen tres posibles escenarios:

Escenario 1: Si los estados de las señales están perfectamente acoplados, ello es un indicativo de que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |x_1(k) - x_2(k)| = 0 \quad (8)$$

Ello independiente de las condiciones iniciales de las oscilaciones de x_1 y x_2 .

Escenario 2: De la ecuación (8), noté que mientras el diferencial más se aleje del cero, será un indicativo que existe un nivel de retardo mayor entre x_1 y x_2 , es decir, aparecerá un nivel de desfase entre las oscilaciones de las señales si:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} |x_1(k) - x_2(k)| \neq 0 \quad (9)$$

Escenario 3: En caso de que el resultado de la ecuación (9) sea divergente de cero en gran medida, debe realizarse un análisis exploratorio de los fenómenos más profundo, pues puede ser que las series no tengan sincronización directa, pero si con un nivel de adelanto significativo.

Por su parte, en lo que respecta a la duración de los ciclos, se plantea que el número de períodos promedio $\langle T \rangle$, se define como:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (t_k - t_{k-1}) = \frac{t_N}{N} \quad (10)$$

Donde:

t_N : Tiempo transcurrido

N : Número de ciclos conformados

T : Duración promedio de los ciclos conformados

También podemos plantear a la frecuencia del ciclo como el inverso de la duración, ello con la ecuación 11:

$$\langle f \rangle = \frac{1}{T} \quad (11)$$

Es decir, según la unidad de medida empleada para el análisis del tiempo transcurrido, la frecuencia indica que proporción del ciclo se avanza por unidad de tiempo.

5.- Basados en el acople de frecuencias de las señales, se procede a segmentar a las variables según sus oscilaciones y dinámica de estados, pues dentro de los sistemas de osciladores es probable encontrar variables cuyas dinámicas entre ellas sean en sintonía, en dirección contraria o acíclicas.

Análisis de componentes principales

El Análisis de Componentes Principales (*PCA*, por sus siglas en inglés) tiene como objetivo sintetizar patrones presentes en los datos, facilitando la obtención de conclusiones generales a partir de grandes conjuntos de información mediante algoritmos de comprensión que identifican las principales fuentes de variación en un sistema: los componentes principales.

La extracción de cada componente principal resulta de la combinación lineal de las variables originales, lo que permite trabajar con estas combinaciones en lugar de las series originales. Mishra *et al.* (2017) sugieren que, antes de extraer los componentes principales de un conjunto de datos, es recomendable escalar las observaciones para que estén centradas con media cero y con varianza unitaria. Este proceso evita sesgos causados por diferentes unidades de medición en las variables y asegura que las matrices de correlación y covarianza sean consistentes con los datos. Si las variables fueron estandarizadas, los componentes principales se convierten en los eigenvectores de la matriz de correlaciones, proporcionando el mismo número de componentes principales que de variables disponibles en el sistema de información.

Extracción de componentes principales

La extracción de componentes principales se realiza de manera que el primer componente constituya la línea de regresión que capture la mayor varianza. El segundo componente busca recolectar la mayor información no capturada por el primero, y así sucesivamente hasta abarcar la variabilidad total del sistema. El propósito de esta técnica es obtener el conjunto óptimo de combinaciones lineales que representen de manera sintética las variables X_1, X_2, \dots, X_ρ . Sean las combinaciones lineales de estas variables en Z_1, Z_2, \dots, Z_m , donde $m \leq \rho$. Se puede plantear lo siguiente:

$$Z_m = \sum_{j=1}^{\rho} \phi_{jm} X_j \quad (12)$$

Donde ϕ_{jm} representa la j -ésima carga del m -ésimo componente principal². Note que cada vector de cargas: $[\phi_{1m}, \phi_{2m}, \dots, \phi_{\rho m}]$ define la dirección del espacio en la cual es mayor la varianza de los datos. Una propiedad relevante es que, para manejar la varianza de los datos, estos se normalizan, por lo que la suma de los cuadrados de las cargas debe de igualarse a uno.

$$\sum_{j=1}^{\rho} \phi_{j1}^2 = 1 \quad (13)$$

Para evaluar el rendimiento, se utiliza como métrica discriminante el promedio de la distancia euclidiana al cuadrado del error, es decir:

$$z_{i1} = \phi_{11}x_{i1} + \phi_{21}x_{i2} + \dots + \phi_{\rho 1}x_{i\rho} \quad (14)$$

Dado que los componentes principales se presentan en orden jerárquico según la mayor cantidad de varianza que son capaces de explicar, en función de la minimización del error, el vector de cargas del primer componente principal resuelve el problema de optimización.

$$\text{Maximizar } \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^{\rho} \phi_{j1} x_{ij})^2 \mid \sum_{j=1}^{\rho} \phi_{j1}^2 = 1 \right\} \quad (15)$$

En el caso del segundo componente principal, este surge de la combinación lineal de las variables asociadas al segundo eigenvector, con mayor información respecto al conjunto de variables no correlacionadas con el primer componente. Así, el segundo componente principal será ortogonal al primero. Este proceso se repite de forma ordenada hasta completar el número de combinaciones lineales correspondientes.

Aportaciones de los niveles de varianza explicada

En el análisis de componentes principales, es crucial conocer la proporción de varianza explicada por cada componente. Esto se expresa mediante la varianza total de un conjunto

² El concepto de carga hace referencia sobre que peso tiene cada variable en cada componente.

de información como:

$$\sum_{j=1}^{\rho} Var(X_j) = \sum_{j=1}^{\rho} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}^2 \quad (16)$$

Por su parte, la varianza explicada por el m-ésimo componente principal puede denotarse:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{im}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^{\rho} \phi_{jm} X_{ij} \right)^2 \quad (17)$$

Con esto, la proporción de la varianza explicada por el m-ésimo componente principal es el producto ponderado de las dos expresiones anteriores, es decir:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^{\rho} \phi_{jm} X_{ij})^2}{\sum_{j=1}^{\rho} \sum_{i=1}^n x_{ij}^2} \quad (18)$$

Dado que cada eigenvalor corresponde a la varianza del componente Z_i del eigenvector \vec{v}_i .

$$Var(Z_i) = \lambda_i \quad (19)$$

Con esto, la proporción de la variabilidad del sistema explicada por el componente Z_i es:

$$\frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{\rho} Var(Z_i)} \quad (20)$$

Finalmente, note que le número óptimo de componentes principales de n variables y ρ combinaciones lineales es:

$$\min(n - 1, \rho) \quad (21)$$

Construcción de osciladores y extracción de componentes principales

Basándonos en teorías económicas e investigaciones antecedentes, se pueden identificar variables clave para modelar los ciclos de la economía mexicana, detalladas en la tabla 1. Estas series se seleccionan debido a su estrecha relación con la actividad económica agregada: la balanza de pagos (México BT) refleja los ingresos y egresos monetarios, mostrando las transferencias comerciales del país y su dinámica externa.

El índice de confianza empresarial (México BC) supervisa las expectativas de empresarios sobre la actividad económica, considerando factores como la producción, el empleo, así como los niveles de precios (México CPI). Las reservas internacionales (México FER) se incluyen por su papel como recursos inmediatos en transacciones internacionales. El indicador monetario (México M2) abarca el dinero en circulación, reservas bancarias y depósitos a corto plazo.

La tasa de interés interbancaria (México IBR) se modela como un parámetro clave en el mercado de deuda de mexicano, influyendo en el costo y facilitación del crédito e inversión en la economía. Los préstamos al sector privado (México LTPS) se incorporan destacando su impacto en inversiones y financiamiento. La tasa de desempleo (México UR) es esencial para comprender la desocupación en periodos recesivos.

También se considera el tipo de cambio con respecto al dólar (USDMXN) para obtener información sobre la fortaleza de la divisa en relación con el ciclo económico. Finalmente, el índice bursátil (México Mexbol) actúa como indicador del rendimiento del sector bursátil en relación con la actividad industrial y las expectativas económicas. La información está disponible desde enero de 2004 hasta enero de 2023. Tras la depuración de los ciclos, cada serie termina con un total de 227 observaciones mensuales.

Tabla 1

Variables objeto de estudio economía mexicana

Serie	Variable	Unidad de medida original/Descripción
México BC	Índice de confianza empresarial	Índice con ajuste estacional
México BT	Balanza de pagos	Millones de dólares americanos a precios corrientes
México CPI	Índice de precios al consumidor	Índice con escala de puntos base (2018=100) sin ajuste estacional
México FER	Reservas Internacionales	Millones de dólares corrientes sin ajuste estacional
México IBR	Tasa de interés interbancaria	Medida en escala porcentual
México IPI	Índice de producción industrial	Índice con ajuste estacional
México LEI	Indicador adelantado de la actividad económica	Medida en escala porcentual
México LTPS	Préstamos al sector privado	Miles de pesos corrientes sin ajuste estacional
México M2	Agregado monetario M2	Miles de pesos corrientes sin ajuste estacional
México Mexbol	Índice bursátil IPC BMX	Índice bursátil ponderado por flotación libre de capitalización
México UR	Tasa de desempleo	Porcentaje sin ajuste estacional
USDMXN	Tipo de cambio USD/MXN	USD/MXN

Nota: Elaborado por el autor con métricas de *Trading Economics* y la *Reserva Federal de San Louis*.

La información descriptiva del número y comportamiento promedio de los ciclos de cada variable aparece en la tabla 2 tras aplicar en las series originales un depurado del 0.95. Al respecto, la figura 1 presenta el comportamiento cíclico de cada serie con tal depurado, en la cual puede percibirse cuales son las variables con fluctuaciones más estables y uniformes.

Tabla 2

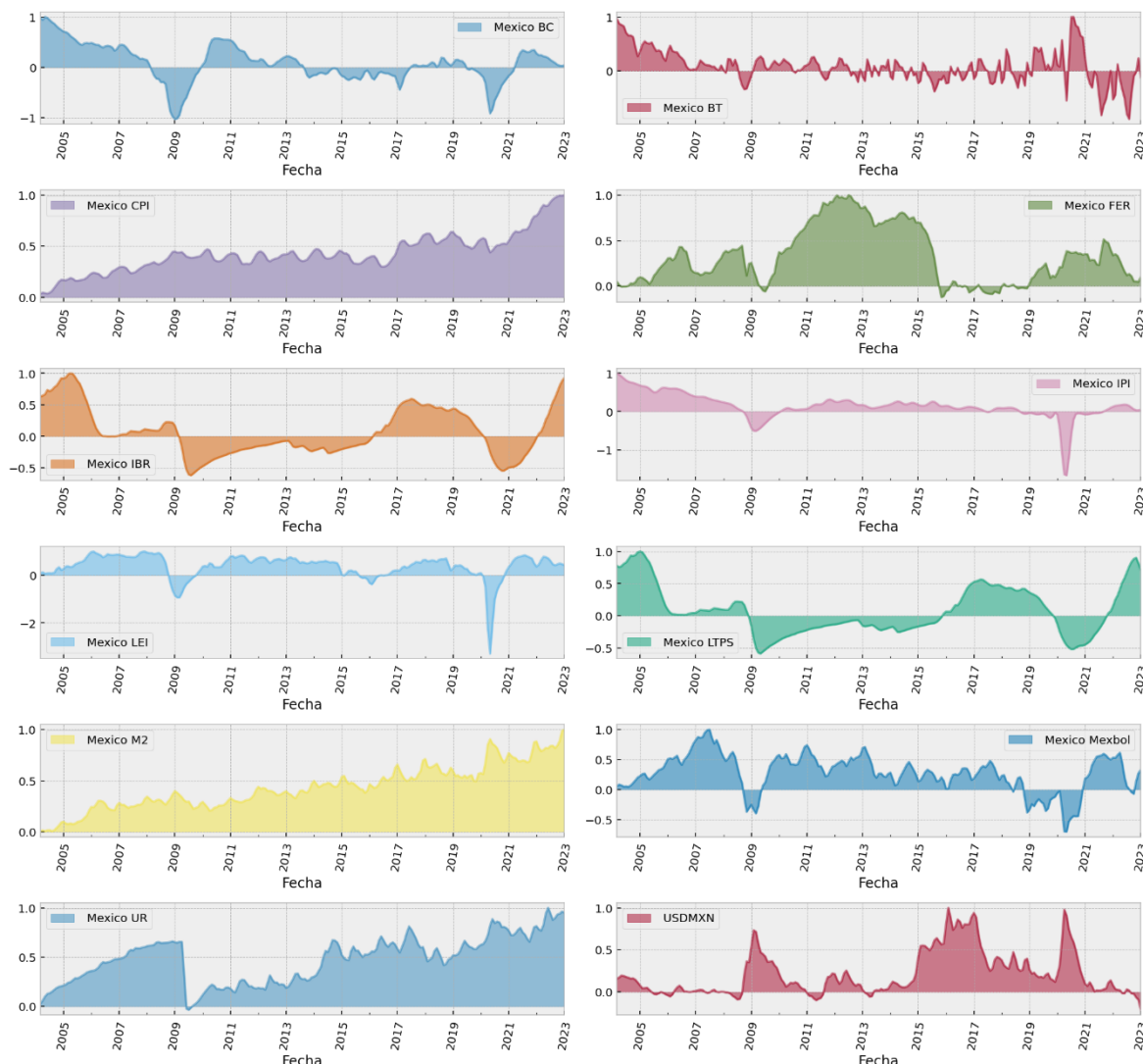
Caracterización de los ciclos en las variables de México depuradas al 0.95

Variable	Obs	N	<T>	<f>	<w>	Variable	N	<T>	<f>	<w>
México BC	227	3	75.33	0.01	0.08	México LEI	5	45.20	0.02	0.14
México BT	227	24	9.42	0.11	0.67	México LTPS	2	113.00	0.01	0.06
México CPI	227	0	0.00	0.00	0.00	México M2	0	0.00	0.00	0.00
México FER	227	9	25.11	0.04	0.25	México Mexbol	4	56.50	0.02	0.11
México IBR	227	3	75.33	0.01	0.08	México UR	1	226.00	0.00	0.03
México IPI	227	3	75.33	0.01	0.08	USDMXN	9	25.11	0.04	0.25

Nota: Elaborado por el autor con métricas de *Trading Economics* y la *Reserva Federal de San Louis*.

Figura 1

Sistema cíclico de México con depuración de 0.95



Nota: Elaboración de los autores con datos de la Reserva Federal de *San Luis* y *Trading Economics*, Python.

Con las series en ciclos, se realizan las pruebas de estacionariedad para evaluar si exponen algún grado de memoria o si olvidan las innovaciones y sus esperanzas convergen a la media. Estos valores aparecen en la tabla 3, obteniendo resultados mixtos según el criterio de cada prueba. Después, en la figura 2 se presenta la agrupación de variables en tres tipos mediante la técnica de *k-means* del *PCA* con la propuesta metodológica de la teoría económica: procíclicas, contracíclicas o acíclicas.

Tabla 3

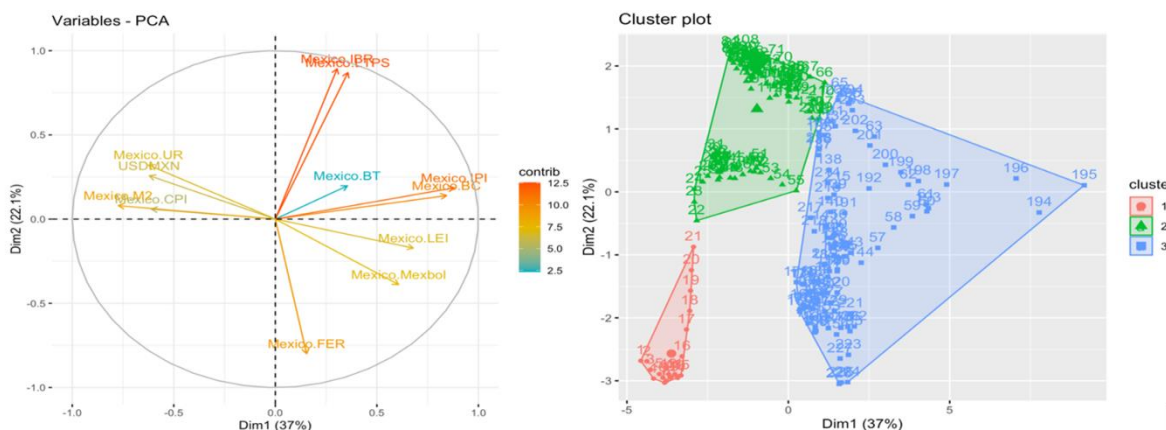
Pruebas de estacionariedad de las variables cíclicas de México

Serie	ADF Test	PP Test	KPSS Test	Criterio del ADF Test	Criterio del PP Test	Criterio del KPSS Test
México BC	0.04	0.29	0.01	Serie Estacionaria	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria
México BT	0.01	0.01	0.01	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie no estacionaria
México CPI	0.99	0.68	0.01	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria
México FER	0.57	0.69	0.02	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria
México IBR	0.39	0.93	0.05	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria
México IPI	0.07	0.03	0.01	Serie no estacionaria	Serie Estacionaria	Serie no estacionaria
México LEI	0.05	0.03	0.10	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria	Serie Estacionaria
México LTPS	0.06	0.75	0.06	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria	Serie Estacionaria
México M2	0.07	0.05	0.01	Serie no estacionaria	Serie Estacionaria	Serie no estacionaria
México Mexbol	0.08	0.09	0.01	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria
México UR	0.48	0.35	0.01	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria
USDMXN	0.59	0.44	0.01	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria	Serie no estacionaria

Nota: Elaborado por el autor con métricas de *Trading Economics* y la *Reserva Federal de San Louis*.

Figura 2

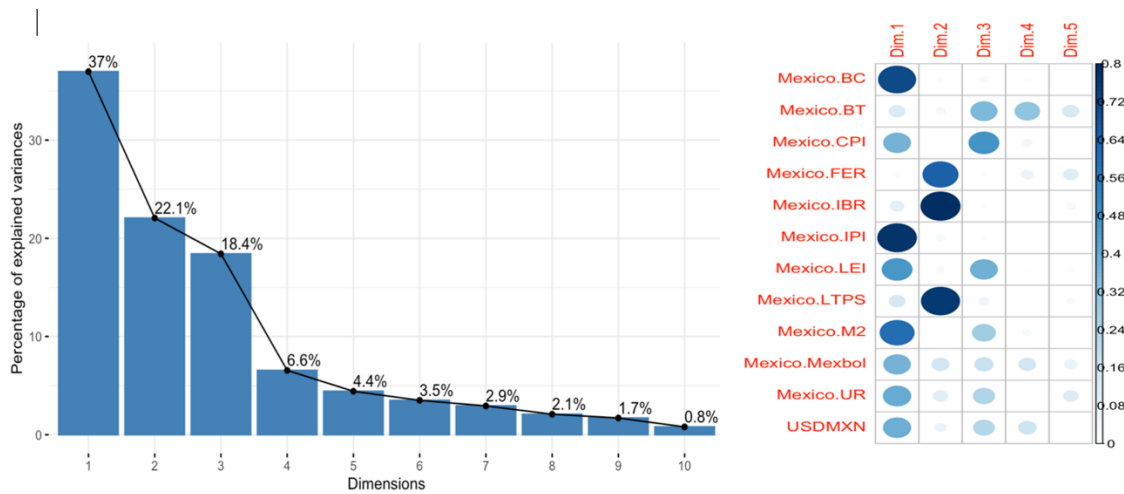
Contribución de variables a los niveles de varianza y clusters de México



Nota: Elaborado por el autor con datos de la *Reserva Federal de San Louis* y *Trading Economics*, *R-Studio*.

Figura 3

Contribución de las variables a las dimensiones y aportaciones de varianza



Nota: Elaborado por el autor con datos de la Reserva Federal de *San Louis* y *Trading Economics*, *R-Studio*.

Tabla 4

Contribución a los niveles de varianza de los componentes de México

Componentes México	Varianza por componente	Varianza acumulada	Componentes USA	Varianza por componente	Varianza acumulada
Componente 1	37.00%	37.00%	Componente 7	2.90%	94.90%
Componente 2	22.10%	59.10%	Componente 8	2.10%	97.00%
Componente 3	18.40%	77.50%	Componente 9	1.70%	98.70%
Componente 4	6.60%	84.10%	Componente 10	0.80%	99.50%
Componente 5	4.40%	88.50%	Componente 11	0.25%	99.75%
Componente 6	3.50%	92.00%	Componente 12	0.25%	100.00%

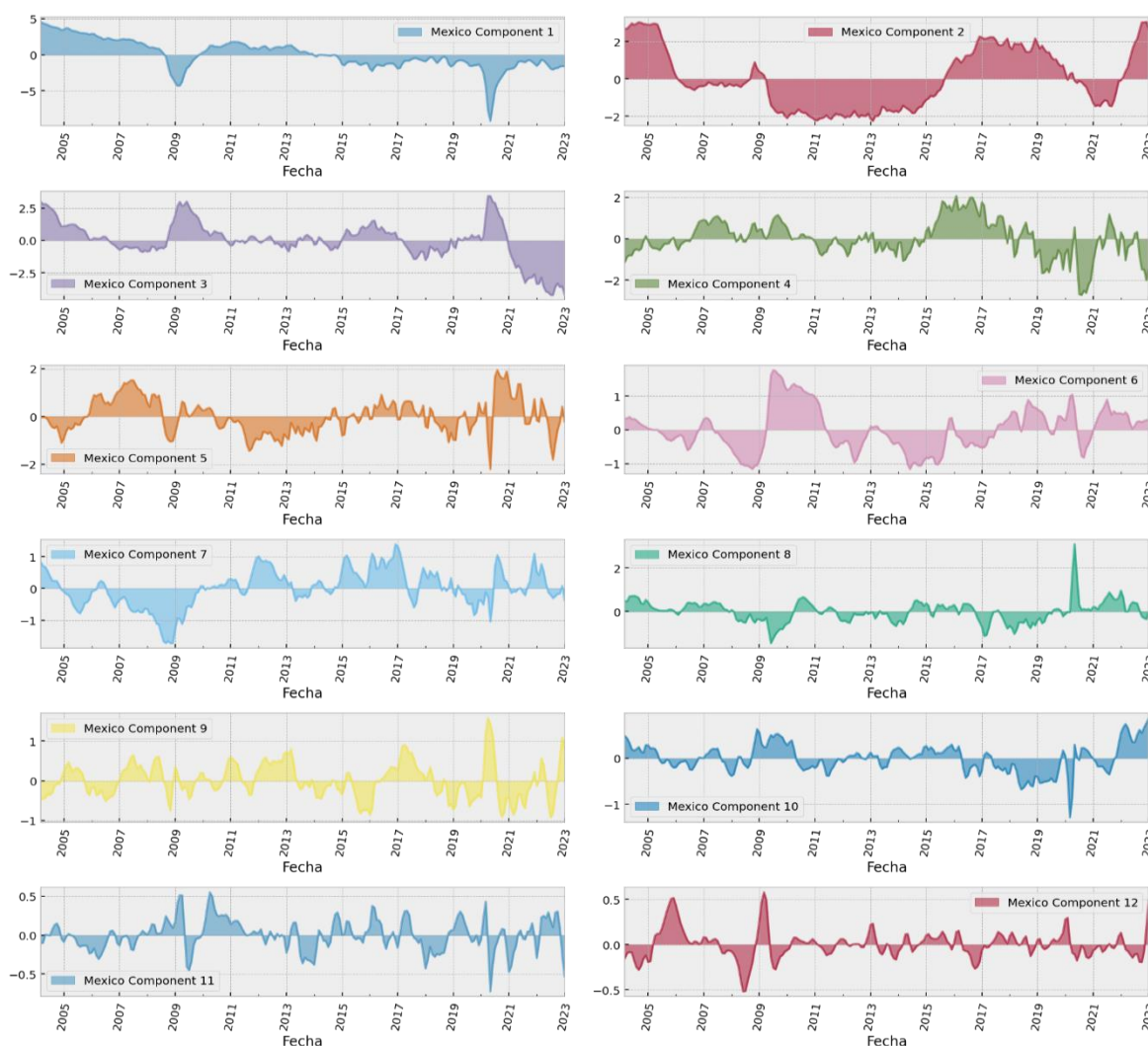
Nota: Elaborado por los autores con datos de la Reserva Federal de *San Louis* y *Trading Economics*, *Python*.

Respecto a la extracción de los componentes principales, la tabla 4 indica los resultados de las combinaciones lineales y su contribución individual como a la varianza agregada. Por su parte, los resultados de las aportaciones a los niveles de varianza en las combinaciones lineales aparecen en la figura 3, mientras que la figura 4 es la representación de los ciclos económicos mediante las combinaciones lineales de las variables. Con el

conjunto de entrada de información, el componente dos parece ser la mejor representación del ciclo económico mexicano.

Figura 4

Sistema de componentes principales de los ciclos de México



Nota: Elaboración de los autores con datos de la Reserva Federal de *San Louis* y *Trading Economics*, Python.

Note que los componentes que caracterizan las mejores propiedades cíclicas acorde a la realidad económica son los componentes 2 y 3. Si ambas series son graficadas, puede percibirse que son casi el espejo entre ellas: una representa el comportamiento cíclico mientras el componente 3 parece captura el comportamiento contra cíclico de la combinación lineal de todas las series modeladas. Someteremos la viabilidad de emplear este indicador de seguimiento de actividad agregada basados en este indicador de combinaciones lineales en futuras líneas de investigación.

Conclusiones

La presente investigación identificó las variables con oscilaciones más estables y adelantadas de la economía mexicana, siendo la tasa de interés, los préstamos al sector privado y el índice bursátil de las series más destacadas y uniformes. Además, logró desarrollar un modelo de ciclos que captura la dinámica uniforme y estable mediante la extracción de los componentes principales y su representación en combinaciones lineales. De manera adicional, el modelo abordó la relación del ciclo económico con diversas variables financieras y monetarias, partiendo de la teoría económica apoyado de las combinaciones lineales del PCA.

La reconstrucción más estable de los ciclos se observa en las combinaciones lineales de los componentes dos y tres. Un hallazgo significativo del modelado econométrico es que las fuentes de inestabilidad en el sistema completo de las variables estudiadas disminuyen al extraer los primeros componentes principales: al limitarse a estos, se reduce el ruido de las combinaciones lineales, generando una estructura cíclica generalizada más sólida y estable. Este resultado puede interpretarse como el ciclo económico agregado, representando la principal contribución de la investigación.

Alineado con la teoría económica, los resultados de la sincronización proponen que las variables con oscilaciones más estables podrían desempeñar un papel impulsor en la conducción del ciclo económico. Aunque las pruebas de estacionariedad arrojan resultados heterogéneos, no se puede afirmar completamente que los ciclos sean procesos estacionarios con reversión a la media, ya que existe la posibilidad de que las series aún en ciclos tengan un cierto nivel de memoria. Dejamos pendiente como futura línea de investigación la incorporación de estas propuestas de modelado al caso de la economía mexicana.

Finalmente, nuestra investigación aporta una estructura lógica y práctica al análisis de las series estudiadas mediante las técnicas empleadas. Se logró esto al incorporar conceptos fundamentales de ciclos económicos, asociación de niveles y memoria de variables. La metodología se secuenció con el propósito de vincular movimientos y oscilaciones más uniformes, aislando el ruido y ordenando las fluctuaciones. Este enfoque puede ser una herramienta valiosa en la toma de decisiones de política económica y monetaria, contribuyendo al estudio de las fuentes de inestabilidad en las variables económicas.

Referencias

- Agénor, P-R., McDermott, J. C. y Prasad, E. S. (2000). Macroeconomic fluctuations in developing countries: some stylized facts (English). *The World Bank Economic Review*, 14(2), 251-285.
- Alper, C. E. (2002). Business cycles, excess volatility and capital flows: evidence from México and Turkey. *Emerging Markets Finance & Trade*, 38 (4), 25 - 58. <http://www.jstor.org/stable/27750300>
- Calderón, C., García, R. y Cruz, S. (2017). Sincronización comercial e industrial en el TLCAN, un estudio de sincronización de fase. *Economía: teoría y práctica*, 46, 5-40.
- Calderón Villarreal, C. (2012). Crisis y ciclos económicos de México de 1896 al 2010: un análisis espectral. *Argumentos (México, D.F.)*, 25(70), 105-128.
- Cantú Esquivel, J., Ríos Bolívar, H., & Jiménez Preciado, A. (2022). Causalidad y acoplamiento cíclico entre variables macroeconómicas en la conformación de crisis financieras. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas Nueva Época REMEF*, 18(1), e669. doi: <https://doi.org/10.21919/remef.v18i1.669>
- Claessens, S., Kose, A. & Terrones, M. (2011). Financial Cycles: What? How? When? *NBER International Seminar on Macroeconomics*, 7, 303 - 344.
- Claessens, S., Kose, A., & Terrones, M. (2011). How Do Business and Financial Cycles Interact? *IMF Working Paper*. 11-88, 1-54.
- Dickey, D., & Fuller, W. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427-431.
- García-Ruiz, R. S. (2014). No linealidad en los mercados financieros. [Tesis Doctoral]: Instituto Politécnico Nacional.
- Grinderslev, O. J., Kramp, P. L., Krongborg, A. F., y Pedersen, J. (2017). Financial cycles: what are they and what do they look like in denmark?. *Danmarks Nationalbank Working Papers*, 115, pp.1-53.
- Keynes, J. M. (1936). The supply of gold. *The Economic Journal*, 46(183), 412-418.

- Kindleberger, C., & Aliber, R. (2005). *Manias, panics and crashes. A History of Financial Crises* (Tercera ed.). New Jersey: Wiley.
- Minsky, H. (1977). *A Theory of Systemic Fragility*. En: Altman, E.D. and Sametz, A.W., Eds., Chapter 6: *Financial Crises: Institutions and Markets in a Fragile Environment*, John Wiley and Sons, New York, NY, 138-152.
- Minsky, H. (1986). *Stabilizing an Unstable Economy* (Primera ed.). Yale University Press.
- Mishra, Sidharth & Sarkar, Uttam & Taraphder, Subhash & Datta, Sanjoy & Swain, Devi & Saikhom, Reshma & Panda, Sasmita & Laishram, Menalsh. (2017). *Principal Component Analysis*. *International Journal of Livestock Research*. 1. 10.5455/ijlr.20170415115235
- Razo De Anda, J. O., Cruz-Aké, S., Venegas-Martínez, F., López-Herrera, F. (2018). *An Economic and Financial Turbulence Index: The Mexican Case 1996-2017*. *Journal of Applied Economic Sciences*, Volume XIII, Summer, 4(58): 871 - 887.
- Phillips, P., Perron, P. (1988). *Testing for a Unit Root in Time Series Regression*. *Biometrika*, 75(2), 335-346.
- Xiao, Z., y L. R. Lima (2007). "Testing Covariance Stationarity". *Econometric Reviews*. vol. 26, núm. 6, pp. 643-667.
- Vergara González, R., Mejía Reyes, P. y Díaz Carreño, M. (2021). *Ciclos económicos y variables monetarias y financieras en México, 1980-2019: un enfoque de cambio estructural*. *Ensayos. Revista de economía*, 40(2), 137-158. Epub 21 de febrero de 2022. <https://doi.org/10.29105/ensayos40.2-2>
- Villarreal, C. y Hernández, L. (2016). *Economic integration, economic crises and economic cycles in México*. *Contaduría y Administración* (62), 85-104.