

**Toma de decisiones del gobierno para incentivar el crecimiento bajo  
corrupción no controlada**  
*Government Decisions to encourage the Growth  
Under Uncontrolled Corruption*

Luis Andrade<sup>1</sup>

Universidad La Salle, Ciudad de México (México)

Vladimir Vega

Universidad La Salle, Ciudad de México (México)

Fecha de recepción: marzo de 2015

Fecha de aceptación: junio de 2015

**Resumen**

Una de las relaciones entre empresas y gobierno se puede establecer a través de un impuesto al capital de las empresas y un gasto hacia ellas por parte del gobierno, equivalente al total de la recaudación. En este trabajo se considera este gasto de forma incompleta y con ello se modela la variable corrupción que se genera con el tiempo. Bajo este escenario se encuentra a la política fiscal óptima que maximiza al crecimiento y se prueba que la política fiscal puede ser impositiva o subsidiaria de acuerdo a la intensidad de capital. Finalmente, se muestra que la corrupción impacta de manera negativa a la política impositiva y positivamente a la política subsidiaria.

Palabras clave: Corrupción, política de impuestos, subsidios y crecimiento económico.

---

<sup>1</sup> Correo electrónico: [luis.andrade@ulsal.mx](mailto:luis.andrade@ulsal.mx)



**Abstract**

One of the relationships between business and government can be established through a tax on capital of enterprises and an expense towards them by the government, equivalent to total collection. We consider this expense incomplete and thus we model our variable corruption which is generated over time. Under this scenario we find the optimal fiscal policy that maximizes growth and prove that fiscal policy may be tax or subsidiary according to the intensity of capital. Finally, show that corruption has a negative impact on tax policy and a positive impact on subsidiary policy.

Keywords: Corruption, tax policy, subsidiary policy and economic growth.

## Introducción

Para que una economía muestre un crecimiento económico estable, se requiere infraestructura, tecnología, inversión y un buen desempeño de los agentes que conforman su sistema económico. Estos agentes: familias, empresas y gobierno, influyen en el crecimiento económico; sin embargo, son las empresas las que intervienen de manera más directa en el crecimiento, principalmente por el nivel de producción y empleo que generan. Este nivel de producción cambia año con año y por ello el crecimiento económico. Por su parte, el gobierno puede actuar como un aliciente, a través de subsidios, préstamos, aportación de bienes públicos, capacitación de los trabajadores o mejora de la tecnología, hacia las empresas; o bien, puede ser un factor para que las empresas no generen crecimiento, a través de impuestos elevados al capital de las empresas (Barro, 1990) o tomando una mala decisión en la asignación de recursos a las empresas (Soto, 2003).

También, se pueden observar los dos comportamientos del gobierno, esto es, primero se obstruye el crecimiento y luego se incentiva, como lo muestran (Alesina-Rodrik, 1994) y (Barro-Sala-i-Martin, 1993), en cuyos modelos primero tasan al capital de la empresa y posteriormente transforman lo recaudado en bienes públicos que las empresas utilizan como bienes productivos. Sin embargo, estas ayudas pueden demorar o llegar en forma incompleta. Estos retardos o desvíos de recursos podrían inferir una posible corrupción, como lo muestra Andrade (2014, 1) en donde se define esta ayuda incompleta como la variable corrupción y se muestra el impacto negativo sobre el crecimiento económico.

Hay otras formas de inferir una posible corrupción y que ésta pueda ser la causa de un bajo crecimiento, por ejemplo, Ehrlich (1999) infiere una posible corrupción, la cual define a través de formalizar una observación de Gary Becker en una conferencia sobre “La competencia Económica entre Comunismo y el Capitalismo”. Becker observó que mientras los ingresos per cápita de las economías occidentales crecieron a ritmos similares, los de los países de la ex Unión soviética se rezagaban. Ehrlich (1999) infiere que estos rezagos podrían deberse a una corrupción gubernamental y que formaliza modelando la corrupción burocrática a partir de la sustitución de capital humano por un capital político en manos de los burócratas, que finalmente impide el alcance de un crecimiento balanceado. De manera similar, se muestra en Farida y Fredoun (2007) una incidencia negativa de la corrupción sobre el crecimiento, en tal modelo se introduce el gasto de gobierno, que depende negativamente de la corrupción, como un insumo de producción. Otros autores (Bai-Jayachandran-Malesky-Olken, 2013) analizan el efecto contrario, esto es, cuando el crecimiento ayuda a disminuir la corrupción, a través de un estudio sobre tasas de crecimiento de industrias en Vietnam.

Una vez definida la variable corrupción, se puede analizar cómo se origina y quién la origina. Como lo muestra Andrade, (2014-1, 2), quien analiza la variable corrupción cuando se origina por factores exógenos al gobierno y cuando el gobierno tiene total control sobre la corrupción, en ambos escenarios existe un impacto negativo sobre el crecimiento aunque en diferentes magnitudes.

En este trabajo, se continúa la idea de Andrade (2014), definiendo la variable corrupción como el gasto incompleto del gobierno, y analizamos la situación donde la variable corrupción se va creando con el tiempo, lo que la teoría de control óptimo define como variable de estado, y analizamos su impacto sobre la tasa de crecimiento. Lo que se obtuvo fue que la política fiscal óptima puede resultar en una política impositiva o subsidiaria, dependiendo del nivel de inversión óptimo sobre el capital, que en la literatura se llama intensidad de capital. Se muestra también que el nivel de corrupción impacta de manera negativa a la política impositiva y de manera positiva a la política subsidiaria. Es decir, el modelo contenido en este manuscrito explica que con una mayor corrupción, el estado tendría que remediar este daño a través de subsidios y tendría que disminuir las tasas impositivas, en particular se muestra como recompensar a las empresas por el daño causado por la corrupción. Otro de los resultados, muestra que se puede alcanzar el impuesto óptimo o el subsidio óptimo dependiendo de la intensidad de capital para cada empresa.

El efecto corrupción sobre subsidios o impuestos se puede invertir, como lo analizan Polinsky y Shavell (2000), quienes modelan la corrupción vista como sobornos, extorsiones y engaños por parte de los agentes encargados del orden, y muestran que si el estado premia a los agentes administrativos para informar de violaciones podrían mitigar la corrupción. O como Becker y Stigler (1994), quienes muestran cómo incentivar o compensar a los ejecutores de la ley para que ejerzan su poder de forma adecuada y así disminuir problemas de sobornos o extorsiones que conlleven a la corrupción.

El trabajo se estructura de la siguiente forma: en la segunda sección se analiza brevemente la relación entre empresas y crecimiento a través de la política de impuestos al capital. En la tercera sección se define la variable corrupción basada en el modelo de la sección anterior, y los escenarios que toma la corrupción con sus respectivos impactos sobre el crecimiento. En la cuarta sección se analiza el modelo bajo dos supuestos relevantes: el principal agente es el gobierno y la corrupción se considera como una variable de estado. Dentro de esta misma y última sección se analizan las soluciones factibles y las consecuencias de la política óptima.

### Modelo básico de crecimiento sin corrupción

Con el objetivo de retomar y analizar los diferentes escenarios de la corrupción y su impacto sobre el crecimiento, se muestra en esta sección la primera parte del modelo de Alesina y Rodrik (1994). Tal modelo analiza la relación entre gobierno y empresas, encontrando un impuesto al capital de las empresas que maximiza el crecimiento económico. Es importante mencionar que el modelo nos es útil para definir nuestra variable corrupción, además, esta sección será vista como el escenario del crecimiento económico en ausencia de corrupción.

A grandes rasgos, los supuestos del modelo de Alesina y Rodrik (1994) son los siguientes:

1. El gobierno aplica un impuesto  $\tau \in (0,1)$  al capital de las empresas, que son dueñas de dicho capital.
2. La recaudación es  $g = \tau k$ , y el gobierno se compromete en transformar toda esta recaudación en bienes productivos, que analíticamente, entra en la función de producción como un factor de producción.
3. La producción privada es,

$$y = Ak^\alpha g^{1-\alpha} l^{1-\alpha}, \text{ con } 0 < \alpha < 1. \quad (1)$$

4. Se considera un mercado perfectamente competitivo.
5. El insumo trabajo ( $l$ ) se oferta inelásticamente y además, para facilitar el análisis, se toma  $l=1$ .

Bajo los supuestos anteriores se deduce que la renta de capital ( $r$ ) y el salario ( $w$ ) vienen dados por

$$r = \frac{\partial y}{\partial k} = \alpha A(\tau)^{1-\alpha} \equiv r(\tau) \quad (2)$$

(3)

$$w = \frac{\partial y}{\partial l} = (1 - \alpha)A(\tau)^{1-\alpha} k \equiv w(\tau)k$$

El individuo tiene dos tipos de ingreso  $y^k = r(\tau)k - \tau k$  y  $y^l = w(\tau)k$  que son el ingreso por la renta de capital y el ingreso por el préstamo de su trabajo, respectivamente, con ello su ingreso total es:

$$y^i = w(\tau)k^i \sigma^i + (r(\tau) - \tau)k^i = w(\tau)k^i \sigma^i + (r(\tau) - \tau)k^i,$$

donde  $\sigma^i$  es la dotación inicial de la proporción trabajo-capital del individuo  $i$ . En este modelo, el agente representativo es la empresa cuya función de utilidad depende de su nivel de consumo  $c^i$ , el cual controla. Tal función de utilidad es:  $U = \ln(c^i)$ . Por otra parte, su nivel de riqueza la proporciona el capital, que va cambiando con el tiempo de acuerdo a:

$$\dot{k}^i = w(\tau)k^i \sigma^i + (r(\tau) - \tau)k^i - c^i.$$

De aquí se deduce que el capital de la empresa es una variable de estado. De lo anterior, el problema de maximización inter-temporal del individuo común es:

$$\max U^i = \int \ln(c^i) e^{-\rho t} dt$$

Sujeto a:

$$\dot{k}^i = w(\tau)k^i \sigma^i + (r(\tau) - \tau)k^i - c^i$$

Donde  $\rho$  es la tasa de descuento. Para la solución anterior, se plantea el hamiltoniano:

$$H = \ln(c) + \lambda(w(\tau)k^i \sigma^i + (r(\tau) - \tau)k^i - c^i)$$

De acuerdo a la teoría de control óptimo, donde la variable de control es el consumo y la variable de estado es el capital, las condiciones de primer orden (CPO) son:

- 1)  $H_c = \frac{\delta H}{\delta c} = 0$
- 2)  $H_k = \frac{\delta H}{\delta k} = -\dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt}$

De estas CPO se resuelve el problema del individuo, que arroja:

$$\frac{\dot{c}^i}{c^i} = r(\tau) - \tau - \rho .$$

Bajo el supuesto de que  $\tau$  es constante respecto al tiempo, cada individuo acumula riqueza a lo largo de la trayectoria del estado estacionario de la siguiente forma:

$$\gamma(\tau) \equiv \frac{\dot{k}^i}{k^i} = \frac{\dot{c}^i}{c^i} = r(\tau) - \tau - \rho , \tag{4}$$

Con  $\gamma(\tau)$  la tasa de crecimiento. Derivando a  $\gamma(\tau)$  respecto a  $\tau$  se tiene que el valor óptimo  $\tau^*$  que maximiza el crecimiento es

$$\tau^* = (\alpha(1-\alpha)A)^{1/\alpha}$$

Más aún, notar que:

$$\gamma_\tau \equiv \frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = \frac{\partial r}{\partial \tau} - 1 \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 0,$$

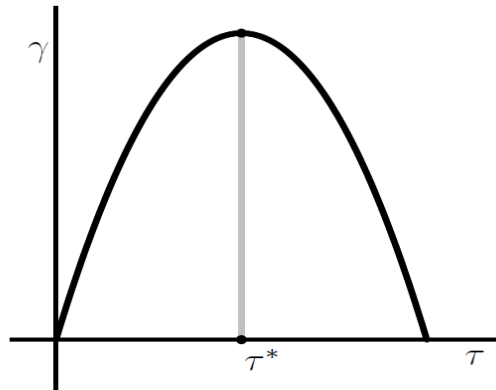
si

$$\tau \begin{matrix} \leq \\ \geq \end{matrix} (\alpha(1-\alpha)A)^{1/\alpha} = \tau^* \tag{5}$$

Con lo que se deduce que la relación entre  $\gamma(\tau)$  y  $\tau$  tiene forma de U inversa (ver figura 1).

Figura 1

Relación U inversa



Elaboración propia

### Construcción de la variable Corrupción

El modelo anterior muestra una relación entre empresas y gobierno, la relación se obtiene cuando el gobierno pone un impuesto al capital y lo transforma en bienes productivos que utilizan las empresas. En este trabajo se sigue esta idea, pero a diferencia del modelo anterior, donde todo lo recaudado,  $g = \tau k$ , se utiliza como un nuevo insumo para la producción privada, suponemos que la recaudación no se destina de forma completa, infiriendo con esto un posible desvío de recursos con el que se define a la variable corrupción<sup>ii</sup>. De forma analítica la corrupción se puede definir como sigue: Sea  $\theta \in [0,1]$  la proporción de ingresos del gobierno que es desviada, de tal forma que la ayuda solo es  $g = (1 - \theta)\tau k$ , luego se define el nivel de corrupción como  $\theta\tau k$ , así  $\theta$  es la variable que representa a la corrupción.

La corrupción se puede analizar al menos bajo dos posibles escenarios: considerar a  $\theta$  como una variable exógena o considerarla como una variable endógena. En el último caso, habrá que analizar el caso en que  $\theta$  es una variable de control y cuando  $\theta$  es una variable de estado. Este trabajo trata el escenario en que es endógena y se considera como una variable de estado. Los otros dos casos, cuando  $\theta$  es exógena y cuando es variable de control, se



analizaron en Andrade (2014-2), Los supuestos y resultados principales se muestran a continuación.

### **Resultados previos (Andrade, 2014-2)**

En Andrade (2014-2) se mostraron dos escenarios para modelar el impacto de la corrupción sobre el crecimiento, el primer escenario la corrupción se debe al entorno económico (exógena al gobierno) y en el segundo es controlada por el gobierno. Se hallaron y compararon las tasas de impuestos que maximizan el crecimiento económico en los dos escenarios, concluyendo que el escenario bajo corrupción controlada afecta más al crecimiento.

Los supuestos en el escenario de corrupción exógena son: el agente representativo es la empresa, es dueña del capital, y su riqueza va cambiando con el tiempo. En el escenario bajo corrupción controlada, el agente económico a representar es el gobierno, la variable de estado es el nivel de capital y sigue siendo propiedad de las empresas.

### **Modelo de crecimiento con corrupción no controlada: variable de estado.**

En esta sección, se determinará el nivel de impuestos que el gobierno tiene que poner a las empresas para maximizar el crecimiento bajo un cierto comportamiento de la corrupción, además que examinamos las posibilidades de solución y sus consecuencias.

### **Solución óptima en el crecimiento bajo una corrupción cambiante**

Se siguen los supuestos de escenario 2 de (Andrade, 2014-2). De nuevo el agente es el gobierno, la utilidad del gobierno depende de su gasto,  $U = \ln(g)$ , y el gobierno controla su nivel de gasto; pero ahora, el gobierno ya no genera la corrupción, sino que ésta se va creando con el tiempo, y por lo tanto se analiza como una variable de estado. Este cambio en el nivel de corrupción se expresa de la siguiente forma:

$$\dot{\theta} = \theta\tau k + rk - g, \tag{6}$$

La explicación de (6) es la siguiente: la corrupción aumenta por dos razones: 1) hay un mayor desvío  $\theta\tau k$ , 2) un aumento en el valor de  $r$  hace que las empresas tengan mayores recursos  $rk$  y así mayores posibilidades para tasar y recaudar por parte del gobierno y con ello aumentar el nivel de corrupción. Por otra parte, la corrupción disminuye por el nivel de

gasto, ya que si hay un mayor gasto de gobierno  $g$  no hay forma de que ésta se origine. El problema del gobierno se expresa de la siguiente forma:

$$\text{Max } U = \int \ln(g)e^{-\rho t} dt$$

Sujeto a

$$\dot{\theta} = \theta\tau k + rk - g$$

El problema anterior se resuelve con optimización dinámica, para ello formamos el hamiltoniano,

$$H = e^{-\rho t} \ln g + \lambda(\theta\tau k + rk - g)$$

Como la variable de control es  $g$ , el gasto del gobierno, y la variable de estado es el nivel de corrupción  $\theta$ , las CPO son:

$$H_g = 0 \tag{7}$$

$$H_\theta = -\dot{\lambda} \tag{8}$$

La solución de (7) nos da:

$$\lambda = \frac{e^{-\rho t}}{g}.$$

Si se deriva a  $\lambda$  respecto de  $t$ , se tiene que

$$-\dot{\lambda} = \lambda \left( \frac{\dot{g}}{g} + \rho \right) \tag{9}$$

Así, de (8) y (9) tenemos que el crecimiento del gasto viene dado por,

$$\gamma_g \equiv \frac{\dot{g}}{g} = \tau k - \rho \tag{10}$$

Por otro lado, aplicando logaritmo natural a  $g = (1 - \theta)\tau k$ , se tiene

$$\ln g = \ln(1 - \theta) + \ln \tau + \ln k \quad (11)$$

A diferencia de  $\tau$ , resulta que  $\theta$  sí depende del tiempo, ya que es una variable de estado. Luego derivando a  $\ln g$  en (31) respecto a  $t$  se infiere que el crecimiento económico  $\gamma_k$  está dado por

$$\gamma_k \equiv \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{g}}{g} + \frac{\dot{\theta}}{1 - \theta} \quad (12)$$

En donde se ha sustituido  $\frac{\dot{g}}{g}$  de (10). Ahora, bajo competencia perfecta, la renta de capital  $r$  es<sup>iii</sup>,

$$r = \frac{\partial y}{\partial k} = \alpha A((1 - \theta)\tau)^{1 - \alpha} \equiv r(\theta, \tau) \quad (13)$$

Sustituyendo (13) en (6) se obtiene,

$$\dot{\theta} = \theta \tau k + \alpha A((1 - \theta)\tau)^{1 - \alpha} k - g \quad (14)$$

Sustituyendo (14) en la solución dada por (12), se tiene finalmente:

$$\gamma_k = \tau k - \rho + \frac{\tau \theta k - g + \alpha A[(1 - \theta)\tau]^{1 - \alpha} k}{1 - \theta} \quad (15)$$

Si se deriva  $\gamma_k$  respecto a  $\tau$  e igualando a cero, se obtiene que la tasa óptima con corrupción  $\tau_{cc}$  está dada por,

$$\tau_{cc} = (-1)^{\frac{1}{\alpha}} (1 - \theta)^{\frac{1 - \alpha}{\alpha}} \tau^* \quad (16)$$

Donde  $\tau^* = [\alpha(1 - \alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}}$  es la tasa óptima clásica del escenario sin corrupción<sup>iv</sup>.

### Soluciones factibles y sus consecuencias

En la expresión anterior, hay algunos puntos que merecen especial atención. Como se probará a continuación, existen valores de  $\alpha$  para los cuales  $\tau_{cc}$  no es real, otros donde  $\tau_{cc}$  es un subsidio, y valores de  $\alpha$  para los que  $\tau_{cc}$  es un impuesto.

**Teorema 1.-** Dado que  $\alpha$  es racional y de la forma  $\frac{p}{q}$ , la política fiscal  $\tau_{cc}$  expresado en (16), será un impuesto si y solo si  $p$  es impar y  $q$  es par, o un subsidio si y solo si  $p$  es impar y  $q$  es impar.

*Demostración:*

Sea  $\alpha = \frac{p}{q}$  con  $p$  y  $q$  enteros no negativos y  $q \neq 0$ . Sin pérdida de generalidad podemos suponer que  $\alpha = \frac{p}{q}$  está en su mínima expresión y note que  $(-1)^{\frac{1}{\alpha}} = (-1)^{\frac{q}{p}} = (-1)^{\frac{q}{p}} = (\sqrt[p]{-1})^q$ . Observe de lo anterior que si  $p$  fuera par, entonces  $\sqrt[p]{-1}$  no sería real, luego  $\tau_{cc}$  no representa ni un impuesto, ni un subsidio. Por lo que  $p$  debe ser impar.

Ahora, como  $p$  es impar, entonces  $\sqrt[p]{-1} = -1$ ; y se tienen dos casos:

- a) si  $q$  es par, entonces  $(\sqrt[p]{-1})^q = 1$ , así  $\tau_{cc}$  será un impuesto;
- b) si  $q$  es impar, entonces  $(\sqrt[p]{-1})^q = -1$ , por lo que  $\tau_{cc}$  representa un subsidio.

*QED*

En vista de lo anterior, se observa el efecto de la corrupción sobre la política a seguir por parte del gobierno. Habría que modificar la política de acuerdo al efecto de la corrupción, ya que habría empresas sin incentivos para producir o para invertir y por lo tanto no generarían crecimiento, o el gobierno tendría que modificar la ayuda en el caso de los subsidios. Se plasma esta idea en el siguiente resultado.

**Teorema 2.-** Dado los supuestos del teorema anterior, se tienen los siguientes casos:

- 1) Si la corrupción aumenta, entonces hay incentivos para disminuir los impuestos y aumentar los subsidios.
- 2) Si la corrupción disminuye, hay incentivos para aumentar los impuestos y disminuir los subsidios.

*Demostración:*

En virtud del teorema anterior se sabe que  $(-1)^{\frac{1}{\alpha}} = (-1)^{\frac{1}{p/q}} = (-1)^{\frac{q}{p}} = (\sqrt[p]{-1})^q$  y que  $p$  debe ser impar, además:

a) si  $q$  es par, entonces  $(\sqrt[p]{-1})^q = 1$ , así  $\tau_{cc}$  será un impuesto;

b) si  $q$  es impar, entonces  $(\sqrt[p]{-1})^q = -1$ , por lo que  $\tau_{cc}$  representa un subsidio.

Ahora, el cambio de la política de gobierno respecto a la corrupción se la puede ver por lo siguiente:  $\frac{\partial \tau_{cc}}{\partial \theta} = -(-1)^{\frac{1}{\alpha}} \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\theta)^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \tau^*$ , sea  $K = \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\theta)^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \tau^* > 0$ , así:

$$\frac{\partial \tau_{cc}}{\partial \theta} = -(-1)^{\frac{1}{\alpha}} K = -(\sqrt[p]{-1})^q K, \quad (17)$$

Ahora, si  $q$  es par, entonces  $(\sqrt[p]{-1})^q = 1$ , así  $\tau_{cc}$  será un impuesto y de (17) se tiene que su efecto debido a la corrupción es:

$$\frac{\partial \tau_{cc}}{\partial \theta} = -K < 0 \quad (18)$$

Por otro lado, si  $q$  es impar, entonces  $(\sqrt[p]{-1})^q = -1$ , por lo que  $\tau_{cc}$  representa un subsidio y de (27) se tiene que su efecto debido a la corrupción es:

$$\frac{\partial \tau_{cc}}{\partial \theta} = K > 0 \quad (19)$$

Por lo tanto, si la corrupción aumenta, por (18) se tiene que no hay incentivos para aumentar el impuesto y por (19) tenemos que hay incentivos a subsidiar más.

Análogamente, si la corrupción disminuye, por (18) se tiene que hay incentivos para aumentar el impuesto y por (19) tenemos que los subsidios disminuyen.

*QED*

El teorema anterior muestra el efecto de la corrupción sobre la tasa impositiva y sobre la tasa subsidiaria que se aplican a las empresas, sin embargo, solo se muestra el efecto

cualitativo. Para analizar el efecto cuantitativo se podrían analizar los datos reales, pero este análisis real está fuera del alcance del trabajo, sin embargo, se puede evaluar la consistencia del modelo en términos cuantitativos al estudiar algunos casos extremos.

Antes de proceder con dicho análisis se observa que en  $y = Ak^\alpha g^{1-\alpha} l^{1-\alpha}$ , el exponente  $\alpha$ , con  $0 < \alpha < 1$ , en el óptimo representa la parte del ingreso destinada a la compra de capital por parte de la empresa, es decir, lo que invierte la empresa en capital  $k$ . Con esto en mente y como  $\alpha = \frac{p}{q} < 1$ , lo que implica que  $p < q$ , se tiene el siguiente resultado.

**Corolario 1.-** Sea  $0 < \alpha = \frac{p}{q} < 1$  la proporción del ingreso que la empresa invierte en capital  $k$ , y supóngase que el gobierno pone un impuesto, esto es,  $q$  es par; entonces se cumple lo siguiente:

- i) si  $p$  es muy cercano a  $q$ , las empresas son intensivas en capital, y por lo tanto hay incentivos por parte del gobierno para cobrarles un impuesto, que además converge al máximo impuesto posible el cual es  $\tau^* = [\alpha(1-\alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}}$ .
- ii) si  $p$  es mucho menor a  $q$ , las empresas no son intensivas en capital, por lo que el gobierno no tiene incentivos para cobrarles un impuesto y si decidiera cobrarles uno, éste convergería a cero.
- iii) conforme  $q$  se va alejando de  $p$ , tanto la intensidad del uso de capital por la empresa como el impuesto cargado a la empresa por el gobierno disminuyen.

*Demostración:*

Como  $q$  es par se tiene que  $\tau_{cc}$  es un impuesto; a partir de ello se analizan tres casos:

- i) si  $p$  es muy cercano a  $q$ , y dado que  $\alpha = \frac{p}{q} < 1$ , entonces  $\alpha \approx 1$ , y debido a que  $\alpha$  representa la inversión en capital, esto significa que la empresa destina la mayor parte de su ingreso en capital y por lo tanto hay incentivos por parte del gobierno para cobrarles un impuesto, además el factor  $(1-\theta)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$  es cercano a uno y por lo tanto  $\tau_{cc} = \tau^*$ , es decir, el impuesto que se tasa en este caso es el máximo posible.

ii) si  $p$  es mucho menor a  $q$  y dado que  $0 < \alpha = \frac{p}{q}$  entonces  $\alpha \approx 0$ , y debido a que  $\alpha$  representa la inversión en capital, las empresas con esta característica no tienen suficiente capital y por lo tanto no hay incentivos por parte del gobierno para cobrarles un impuesto, en efecto, nótese que el factor  $(1 - \theta)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$  es cercano a cero y por lo tanto  $\tau_{cc} = 0$ ,

iii) si  $q$  se va alejando de  $p$ , entonces  $\alpha$  disminuye pero en menor grado que el caso ii), esto implica que las empresas invierten menos en capital y por lo tanto ponerles un impuesto no resulta tan atractivo para el gobierno. Además conforme  $\alpha$  disminuye, el impuesto también disminuye. Esto es, si  $\alpha$  disminuye, entonces el factor  $(1 - \theta)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$  tiende a cero y por lo tanto  $\tau_{cc}$  disminuye aún más.

QED

De manera análoga se tiene el siguiente resultado para el caso de subsidios.

**Corolario 2.-** Sea  $0 < \alpha = \frac{p}{q} < 1$  la proporción del ingreso de la empresa invertida en capital  $k$ , y supóngase que el gobierno subsidia, esto es,  $q$  es impar; entonces se cumple lo siguiente:

i) Si  $p$  es muy cercano a  $q$ , las empresas son intensivas en capital, y por lo tanto el gobierno incentiva esta inversión en capital a través de un subsidio, el cual converge al máximo subsidio posible,  $\tau^* = [\alpha(1 - \alpha)A]^{\frac{1}{\alpha}}$ , conforme  $\alpha$  se aproxima a 1.

ii) Si  $p$  es mucho menor a  $q$ , las empresas no son intensivas en capital, por lo que no hay incentivos por parte del gobierno para subsidiarlas, y si existe un subsidio, entonces éste converge a cero conforme las empresas inviertan cada vez menos en capital, esto es, conforme  $\alpha$  disminuye.

*Demostración:*

Como  $q$  es impar se tiene que  $\tau_{cc}$  es un subsidio; a partir de esto se analizan dos casos:

i) Si  $p$  es muy cercano a  $q$ , y dado que  $\alpha = \frac{p}{q} < 1$ , entonces  $\alpha \approx 1$ , y debido a que  $\alpha$  representa la inversión en capital, la empresa destina la mayor parte de su ingreso en capital y por lo tanto el gobierno premia esta intensidad en capital

a través de un subsidio, además el factor  $(1 - \theta)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$  es cercano a uno y así  $\tau_{cc} = \tau^*$ , es decir, el subsidio en este caso es el máximo posible.

ii) Si  $p$  es mucho menor a  $q$  y dado que  $0 < \alpha = p/q$  entonces  $\alpha \approx 0$ , y debido a que  $\alpha$  representa la inversión en capital, las empresas con esta característica no tienen suficiente capital y por lo tanto no hay incentivos por parte del gobierno para subsidiarlas, en efecto, note que el factor  $(1 - \theta)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$  es cercano a cero y por lo tanto  $\tau_{cc} = 0$ .

*QED*

El caso del corolario 1 es lógico e intuitivo, debido a los incentivos por parte del gobierno a tasar a quien posee más y disminuir la tasa a quienes no poseen suficiente capital. Antes de una crítica, se analiza el resultado del corolario 2 de manera intuitiva. Éste se podría leer así: premiar a las empresas por invertir demasiado y no ayudar a las empresas que no invierten. Más aún, se puede pensar en estos subsidios como prestamos que otorga el gobierno y entonces la primera parte del corolario diría: si es una empresa que siempre invierte y en algún momento no puede, el gobierno puede subsidiarle otorgando lo máximo posible, y por otro lado, si invierte muy poco o no tienes un historial crediticio que le respalde, no hay incentivos para prestarle y la ayuda es cero.

### **Conclusión**

Se construyó un modelo de corrupción, en donde dicha variable depende del tiempo, además que el principal es el gobierno. Bajo este escenario de corrupción, se encontró la política fiscal óptima que maximiza el crecimiento económico y con ello se dedujeron condiciones sobre esta política fiscal. La tasa impositiva bajo dicho escenario de corrupción es mayor a la tasa impositiva que maximiza el crecimiento cuando no se considera la corrupción, lo cual implica que para que exista un nivel de crecimiento adecuado bajo corrupción, la tasa de impuestos tiene que ser suficientemente grande, o mejor aún, bajo este nivel de impuestos que considera la corrupción el crecimiento disminuye considerablemente.

Aunado a lo anterior, se consideraron condiciones sobre la intensidad de capital y se verificó que dependiendo de este factor, la política fiscal óptima se reduce a una política impositiva o subsidiaria. Además, se mostró que el efecto de la corrupción es negativo sobre la política impositiva y es positivo sobre el nivel de política subsidiaria. Finalmente, cuando la política es impositiva se ven condiciones para que el gobierno pueda tasar al



máximo nivel posible y cuándo desaparece este impuesto. Análogamente, cuando la política es subsidiaria se ven condiciones para saber cuándo la ayuda es lo más grande posible y cuándo ésta desaparece.

Algunas situaciones interesantes se escapan del presente trabajo, por ejemplo, hay factores de intensidad clásicos en la literatura bajo los cuales el modelo no resulta aplicable. Otra observación es respecto al corolario 2, que si bien es intuitivo, ya que muestra que no hay subsidios para las empresas que no son intensivas en capital y se ayuda únicamente a las que si invierten, su resultado es muy drástico y rígido, ya que desde el punto de vista social surgen cuestiones como: ¿por qué ayudar siempre a las mismas empresas? O con mayor precisión ¿por qué ayudar a las que más recursos tienen? Estas ayudas son completas y cuantiosas (resultado del corolario 1), de la misma forma ¿por qué castigar a las empresas pobres no prestándoles recursos? quizá no tengan suficiente liquidez para invertir, y en vez de no prestarles, ¿por qué no incentivarlas con algún préstamo? Reiteramos que los resultados son de una naturaleza un tanto radical y no consideran las instancias antes mencionadas. Tales casos se analizarán en trabajos venideros.

## **Bibliografía**

- Alesina, A. y Rodrik, D. (1994). Distributive Politics and Economics Growth. *The Quarterly Journal of Economics* 109 (4) : 465-490.
- Andrade, L. (2014-1). Un Modelo Matemático Aplicado a la Economía: Efecto de la Corrupción sobre el Crecimiento Económico. Por publicar: *INVEDU* No. 23, ISSN 2007\_8609.
- Andrade, L. (2014-2). Efectos de la corrupción sobre el crecimiento económico: Inferencia bajo dos escenarios. *Revista Universitaria Europea* No. 21, 1139-5796.
- Bai, J., Jayachandran, S., Malesky, E. J., & Olken, B. A. (2013). Does economic growth reduce corruption? Theory and evidence from Vietnam (No. w19483). National Bureau of Economic Research.
- Barro, R. (1990). Government spending in a simple model of economic growth. *Journal of political economy*. October.
- Barro, R. y Sala-i-Martin. (1992). Public Finance in models of economic Growth. *Review of Economic Studies*, 59, 645-661.
- Becker, G. y Stigler, G. (1994). Law Enforcement, Malfeasance, and Compensation of Employees. *Journal of Legal Studies*: 1-18.
- Ehrlich, I. (1999). Corrupción Burocratica y Crecimeinto Económico Endógeno. *Revista de Economía de la Uiversidad del Rosario*: II, 35-62.

- Farida, M. y Fredoun, A. (2007). Modelling Corruption in a Cobb-Douglas. Agricultural and Resource Economics, University of Sydney.
- Polinsky, A. y Shavell, S. (2001). Corruption and optimal law enforcement. Journal of public economics: 81: 1-24.
- Sala-i-Martin, X. (1994). Apuntes de Crecimiento Económico. Antoni Bosch. Segunda edición. Barcelona España.
- Soto, R. (2003). La Corrupción desde una Perspectiva Económica. Estudios públicos: 89.

---

<sup>i</sup> Donde el valor de  $\tau^*$  se obtiene sustituyendo la expresión (2) en (4), y derivar respecto a  $\tau$  e igualando a cero.

<sup>ii</sup> Ver Andrade (2014-1).

<sup>iii</sup> Este valor se obtiene introduciendo (6) en (1) y derivando respecto al capital y haciendo  $l = 1$ .

<sup>iv</sup> Ver segunda sección.