Teoría del Caos: una visión de su historia y actualidad

Dr. Marco Pedro Ramírez Tachiquín
Investigador, SNI Candidato
Escuela de Ingeniería
Universidad La Salle
E-mail: *marco.ramirez@lasallistas.org.mx*

Recibido: Agosto 24, 2010. Aceptado: agosto 24, 2010

Resumen

El empleo de conceptos básicos y ejemplos accesibles, abordar la teoría del caos desde el punto de vista histórico, y algunas de sus aplicaciones modernas, destaca las aportaciones de autores que trabajan en México, y las ramas posibles que podrían ser desarrollados en los próximos años.
Palabras clave: Teoría del Caos.

Chaos Theory: A Vision of Its History and Present Time

Abstract

Employing basic concepts and accessible examples, approaching Chaos Theory from a historical point of view, and some of its modern applications, remarks the contributions of authors working in Mexico, and the possible branches that might be developed in the coming years.
Keywords: Chaos Theory.

La palabra "Caos" puede evocar una gran cantidad de imágenes en la mente de un lector. Lo más probable es que algunas de estas imágenes correspondan precisamente a las dos primeras acepciones que aparecen en el Diccionario de la Lengua Española, editado por la Real Academia Española: "Caos", del latín "chaos", a) Estado amorfo e indefinido que se supone anterior a la ordenación del cosmos, b) Confusión, desorden.

La tercera acepción probablemente sea evocada sólo por aquéllos cuyas actividades profesionales, o predilección por las lecturas sobre ciencia y tecnología, los hayan conducido al estudio de los fenómenos matemáticos que cobraron gran relevancia en la segunda mitad del siglo pasado: c) Comportamiento aparentemente errático e impredecible de algunos sistemas dinámicos, aunque su formulación matemática sea en un principio determinista.

El empleo de estos términos podría generar cierta incomodidad en el lector, sobre todo si tomamos en cuenta que una consulta al diccionario se hace, entre otras cosas, en pos de conocer el significado de alguna palabra. Corremos el peligro de que esta tercera acepción aumente la distancia que media entre el lector y el significado del término "caos" en lugar de reducirla. Por ello dedicaremos algunos párrafos para tratar de evitar que esto ocurra.

Cuando hablamos de sistemas dinámicos nos referimos a fenómenos que presentan cambios respecto de una cierta variable. Popularmente, esta variable es el tiempo. De hecho, la definición clásica de “dinámica” fue propuesta precisamente como los cambios que experimenta un sistema en un intervalo de tiempo, de acuerdo con los prodigiosos trabajos desarrollados principalmente por Isaac Newton y Gottfried Leibiniz entre los siglos XVII y XVIII, donde se sentaron las bases de lo que hoy conocemos como Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Pero en nuestros días, “dinámica” refiere los cambios de un sistema con respecto a una gran cantidad de variables, como pueden ser la temperatura, las distancias en el plano cartesiano, la presión atmosférica, la velocidad a la que viaja un cuerpo, etcétera. Esta visión no fue concebida en épocas recientes. De hecho, la propuesta original se debe a Jean Le Rond d’Alembert, cuyas principales obras datan de mediados del siglo XVIII, tan sólo medio siglo posterior a la aparición de los trabajos de Newton y Leibiniz. A él se debe la teoría de las Ecuaciones Diferenciales Parciales, herramienta empleada por excelencia para el modelado de sistemas dinámicos.

Un detalle que marca una gran diferencia entre los sistemas dinámicos estudiados en el siglo XVIII y aquellos que hoy ocupan nuestra atención, es que la cantidad de variables que debemos tomar en cuenta actualmente para analizar con propiedad un sistema dinámico, puede ser tan extensa, y su interrelación tan intrincada, que a pesar de contar con un modelo matemático preciso en forma de ecuaciones diferenciales parciales, la solución para dichas ecuaciones suele ser virtualmente inaccesible.

Este último párrafo nos permite profundizar en el significado del adjetivo “determinista” con el que concluye la tercera acepción de la palabra “caos”. Un modelo matemático se dice determinista cuando en él aparece un signo de igualdad. La relación que se guarda entre los términos que aparecen a la izquierda del signo, y los que se encuentran a su derecha, es una relación rígida. Esto es, a cada conjunto de valores asignado a los términos en la derecha del signo “igual”, le corresponde sólo un conjunto de valores de los términos a la derecha del signo.

Permítasenos un ejemplo por demás sencillo. Consideremos la igualdad $a = b+2$. Se trata de una relación determinista, y está claro que si $b = 3$, necesariamente $a = 5$. Si $b = -2$, necesariamente $a = 0$, etcétera.

Para crear un contraste que permita visualizar mejor el concepto de relación determinista, mencionemos de manera breve el concepto de relación probabilística. La Estadística y la Probabilidad son ramas de las Matemáticas que se encuentran estrechamente relacionadas con la observación de fenómenos que transcurren en la vida cotidiana. Específicamente, mucho de su desarrollo se debe a la observación de los juegos de azar. De ello dan fe los trabajos de Girolamo Cardano, un asiduo jugador de mente genial que introdujo muchos conceptos de la Teoría de la Probabilidad en el siglo XVI, o los tratados que Blaise Pascal dedicó en el siglo XVII a la manera en que se deben distribuir las apuestas con la finalidad de reducir los riesgos de pérdida y aumentar las oportunidades de triunfo.

Así, en alguna variante del popular Póker, un jugador profesional puede “presentir” qué figuras habrán o no de aparecer una vez que la partida haya comenzado, y varias cartas hayan quedado a la vista. Si sostiene tres ases en su mano justo después de haberse hecho la primera repartición (y suponiendo que nadie hizo arreglos ilegales), la probabilidad de que alguien sostenga cuatro cartas con el mismo número, y por ende pueda ganarle la partida, es muy pequeña. Es posible, pero muy poco probable. El jugador sin duda hará sus mejores apuestas.

Pero de ninguna manera esperamos que otro jugador sostenga cinco ases en la misma partida, pues si se trata de una baraja común y sin alteraciones, existen sólo cuatro ases. Así, no es posible que bajo las condiciones mencionadas, alguien sostenga más de un as cuando nuestro jugador sostiene tres.

Pero tampoco es posible saber con total certeza cuáles son las cartas que sostienen el resto de los jugadores con tan sólo conocer aquellas que posee nuestro jugador. Este tipo de relaciones se conocen como relaciones probabilísticas. No tienen la rigidez de las relaciones deterministas, pero imponen ciertas fronteras a aquello que puede suceder una vez que algo ha ocurrido.

Aunque esta clase de relaciones no son mencionadas en la definición de “Caos”, no será útil para comentar aquello que sí se especifica. El adjetivo “impredecible” aplica para procesos que se denominan “estocásticos” o “aleatorios”. Básicamente, tales procesos poseen una característica importante: No importa cuántos datos provenientes de su observación se conozcan, nunca será posible predecir cuáles datos aparecerán en el corto, mediano o largo plazo.

Un ejemplo, más cercano a la fantasía que a la ficción, podría ser el siguiente: Supongamos que desde el momento mismo que la sociedad humana comenzó a registrar eventos en forma gráfica, ha existido una sociedad secreta cuyos integrantes se han dedicado de manera exclusiva a registrar el lugar y la hora en que calló la primera gota de agua, comenzada la temporada de lluvias, en un territorio similar al ocupado por el continente europeo.

Sin duda debería tratarse de un verdadero ejército de iniciados para lograr tal proeza, pero supongamos: Si tomamos como punto de partida el año 3,200 a.C., del cual datan los textos sumerios más antiguos encontrados, tendríamos a la fecha alrededor de 5,200 registros. A pesar de ello, seríamos incapaces de indicar cuál sería el lugar donde la primera gota de lluvia habría de caer en la próxima temporada, y lo mismo podrá decirse para todas las temporadas futuras, sin importar por cuantos milenios subsista nuestra sociedad secreta imaginaria.

Esto es precisamente un proceso estocástico. Aquel cuyos estados presentes o futuros no guardan relación alguna con el pasado.

¿Cómo es posible entonces que los expertos en el uso del lenguaje hayan empleado dos términos tan radicalmente distintos en la definición de “Caos”? “Comportamiento aparentemente errático e impredecible de algunos sistemas dinámicos, aunque su formulación matemática sea en un principio determinista”.

Quizá se deba al inherente deseo de la mente humana de ser capaz de descifrar los más recónditos secretos que gobiernan al Universo. O quizá se deba a que, durante los últimos años, el poder de observación científica y la velocidad con que es posible procesar la información proveniente de dichas observaciones, han puesto de manifiesto relaciones que hubieran resultado tan fantásticas y descabelladas como la existencia de la sociedad secreta antes mencionada.

Pero es prudente enfatizar el contexto en que estas observaciones se presentan, sobre todo porque en siglos anteriores la comunidad de pensadores había adoptado ya la idea de que, satisfechos ciertos requerimientos, el pasado y futuro del Universo sería transparente a la mente humana. Revísense para ello los pensamientos del matemático Pierre Simon Laplace, entre los siglos XVIII y XIX, para quien el Universo funcionaba como una gran maquinaria de reloj.

Hoy se sabe que ninguna medición se encuentra exenta de error, de acuerdo con los trabajos de Werner Heisemberg, publicados en el siglo XX, y con esto bastaría para echar por tierra cualquier aserción respecto al Universo como un engranaje de exactitud.

Los motivos para atrevernos a relacionar lo “determinístico” con lo “impredecible” provienen de otras fuentes.

También resultaría conveniente mencionar que la palabra “Caos” ya había sido mencionada en el contexto científico con bastante antelación. De su raíz latina, “chaos”, Jan Baptista van Helmont introdujo el término “gas”, entre los siglos XVI y XVII.

Pero el término “Caos” que hoy empleamos se debe a Tien Yien Li y a James Yorke quienes, en el año de 1975, utilizaron el vocablo en inglés “*Chaos*” para describir la dinámica de cierto tipo de sistemas que, de hecho, ocuparán el resto de este artículo.

El ejemplo por excelencia para ilustrar el concepto moderno de comportamiento caótico, es el planteado por Benoit Mandelbrot, en 1983.

Consideremos la siguiente relación determinista: $A = BxB+C$, que debe leerse “A es igual a la multiplicación de B por B más C”. Una relación que podría estudiarse sin mayores dificultades por un alumno de educación básica.

Bueno, ahora observemos una lista de valores generados de la siguiente manera:

1. $B = C$,
2. $BxB+C$,
3. $(BxB+C)x(BxB+C)+C$,
4. $((BxB+C)x(BxB+C)+C)x((BxB+C)x(BxB+C)+C)+C$,
5. …

El lector podrá constatar que se trata de una operación que se repite una y otra vez, sólo que en cada nuevo paso se usa el resultado obtenido en el paso anterior. En lenguaje técnico, esto se conoce como “iterar” una operación.

Llamemos a esta secuencia la “secuencia de Mandelbrot”. Si consideramos el valor $C = 0$ en el primer valor de la lista, la secuencia se obtiene fácilmente: *0*, *0*, *0*, *0*, *0*,…

Pero si empleamos, por ejemplo, $C = -1.975$, la lista de valores se torna bastante extraña: *-1.9750*, *1.9256*, *1.7330*, *1.0284*, *-0.9174*, *-1.1334*, *-0.6904*, *-1.4983*, *0.2699*, …

El lector podría no quedar muy impresionado en una primera revisión ¿Qué de especial podrían tener estos números? Bueno, si ampliásemos la lista hasta el milésimo término, veríamos que ningún valor se repite, y si son puestos en una gráfica, también notaríamos que no describen ninguna forma particular o patrón.

Más aún, si fueran introducidos en una computadora específicamente programada para “reconocer patrones” (una de las múltiples aplicaciones de la “inteligencia artificial”), a pesar de contar con miles, cientos de miles o incluso millones de datos generados de acuerdo a la regla antes mencionada, la computadora difícilmente podría detectar que estos números provienen de un proceso determinístico, y muy posiblemente concluyera que se trata de una secuencia cuyos elementos son “estocásticos”.

Nada más lejano de la verdad. Está claro que cada elemento fue calculado de manera “determinística” con respecto al elemento anterior.

Pero podemos resaltar otra característica de la secuencia antes mostrada, comparándola con otras secuencias numéricas. Consideremos la secuencia: *0*, *1*, *1*, *2*, *3*, *5*, *8*, *13*, *21*, *34*, *55*, *89*,…

A excepción de los dos primeros términos, cualquier otro elemento es el resultado de haber sumado los dos elementos previos a él. Esta secuencia alcanzó gran popularidad recientemente, dado que se mencionó en una novela escrita por Down Brown que tuvo un gran éxito de ventas.

Se trata de la "secuencia de Fibonacci". Es justo mencionar que el nombre de aquel que estudió a profundidad esta secuencia no era en realidad Fibonacci, o por lo menos no era el único nombre por el cual se le conocía. El término significa "hijo de Bonacci". Era conocido también como Leonardo de Pisa, Leonardo Pisano y Leonardo Bigollo. Su vida transcurrió entre los siglos XII y XIII.

Si uno desea calcular el término "*n*" de la secuencia de Fibonacci, es posible emplear la fórmula

$$F_n = \frac{(1+\sqrt{5})^n - (1-\sqrt{5})^n}{2^n\sqrt{5}}$$

Pero si uno desea calcular el término "*n*" de la secuencia de Mandelbrot para un valor de *C* cualquiera, nos encontraremos con una peculiaridad: NO EXISTE NINGUNA FÓRMULA. La única manera de conocer el valor del término "*n*" es calcular cada término, hasta llegar al número deseado.

Aquí es preciso mencionar que una fórmula nos permite "predecir" el resultado de algún problema. Si no existe formula alguna para resolver un problema, ello quiere decir que sus resultados son, desde esta perspectiva, impredecibles.

El lector debe hacer una pausa para dejar muy claro en su mente que, en efecto, podemos calcular el término "*n*" de la secuencia de Mandelbrot (evidentemente, con la ayuda de una computadora si "*n*" es un número muy grande) para cualquier valor de *C*, calculando todos los términos previos. Lo que no podemos hacer es "evitar" este procedimiento con el uso de una fórmula, tal y como es posible hacerlo en el caso de la secuencia de Finonacci.

Así pues, tenemos ahora dos importantes características de la secuencia de Mandelbrot. Sus valores son, en general, impredecibles, y para ciertos valores de *C* (específicamente cuando *C* es mayor que *-2* y menor que *-1.25*), la secuencia producida no presentará ningún patrón que pueda indicar a un observador externo, que se trata de una secuencia determinística y no una secuencia estocástica.

Cuando se toman en cuenta estas características, ya no es posible acusar de imprudentes a quienes amablemente redactaron la tercera acepción de la palabra "Caos" en el Diccionario de la Lengua Española.

Pero la secuencia de Mandelbrot es sólo una pequeña muestra de todos aquellos sistemas dinámicos que se consideran "caóticos" (en efecto, la secuencia de Mandelbrot es un sistema dinámico: Sus valores varían conforme el parámetro "*n*" varía).

Nuestro ejemplo tiene una naturaleza evidentemente matemática, pero podemos decir que la cuna de la "Teoría del Caos" proviene de la observación de sistemas dinámicos de la Física.

En el año de 1962, Edward N. Lorenz escribió el artículo "Deterministic Nonperiodic Flow" para la revista *Journal of the Atmospheric Sciences*. Matemático de profesión, dedicó gran parte de su vida al análisis de procesos predictivos para el clima. Contaba con una computadora Royal McBee LGP-300, que aún funcionaba con tubos de vacío, también conocidos como "bulbos". Seguramente, el dispositivo telefónico celular de cualquier lector será capaz de procesar una mayor cantidad de datos, y a una mayor velocidad, que la computadora usada por Lorenz. A pesar de ello, le fue posible detectar un fenómeno realmente impresionante, que habría de revolucionar los conceptos de la Física Matemática conocidos hasta entonces.

Básicamente, Lorenz trataba de predecir el movimiento de las nubes a partir de un intercambio de calor efectuado entre la biósfera terrestre y el resto de las capas atmosféricas. Tratando de ahorrar recursos de cómputo, introdujo datos previamente calculados en su computadora, buscando confirmar los resultados antes obtenidos.

Seguramente se llevó una tremenda sorpresa al observar que los resultados obtenidos a partir de estos datos “intermedios” eran terriblemente distintos de aquellos arrojados por el proceso completo. Después de un minucioso análisis, se percató de que este efecto era debido a que los datos impresos, introducidos manualmente en la computadora buscando ahorrar tiempo de cómputo, omitían una cifra significativa después del punto decimal. Esta ínfima variación al “iterarse” producía cambios impresionantes.

Fue así como Lorenz acuñó la frase “efecto mariposa”. Desde luego, esto no implica que al batir las alas una pequeña mariposa en América del Sur, una terrible tormenta azote las costas mediterráneas de Europa. En realidad, lo que quiso ilustrar fue la manera en cómo una pequeña variación, al ser “iterada” en un inmenso número de ocasiones dentro de una computadora, puede provocar cambios tan significativos en los resultados.

A pesar de que su artículo no fue completamente apreciado en la época de su publicación, se había abierto una brecha que pronto llamaría la atención de la comunidad científica mundial.

Y es que tales efectos habían sido apreciados, pero nunca clasificados según esta nueva perspectiva, debido en mucho a que sólo con la ayuda de las computadoras es posible apreciar dichos comportamientos con suficiente claridad.

Muy pronto, los sistemas caóticos comenzaron a ganar terreno en vastas áreas del conocimiento. Por ejemplo, sirvieron de manera excelsa para la simulación de sistemas biológicos, como los muestran los trabajos publicados por los biólogos Leon Glass y Michael Mackey, a partir del año 1977.

También tuvieron un profundo impacto en el estudio de sistemas mecánicos aplicados a la robótica, pues las ecuaciones que describen el movimiento pendular, propias de las articulaciones en los robots humanoides, son ecuaciones caóticas. Los ejemplos en esta dirección son tan vastos que el lector no tendrá problema en encontrar una inmensa colección con tan sólo referir los términos “robot” y “caos” en cualquier buscador de páginas Web.

Las aplicaciones más sutiles se encuentran en áreas como la Física de la Fractura, la Programación Avanzada, la Microelectrónica o la Física Nuclear.

De hecho, aquí es prudente mencionar aquello que Benoit Mandelbrot gustó nombrar como “dimensión fractal”, en el mismo artículo donde publicó el ejemplo citado en los párrafos anteriores.

En el trabajo “On the Quadratic Mapping… The Fractal Structure of Its M Set…” publicado en *Physica 7D*, 1983, Mandelbrot sugirió la existencia de estructuras geométricas cuyas dimensiones no son números enteros. Esto es, de acuerdo con los cursos clásicos de geometría, sabemos que una línea es un ente de una dimensión, un cuadrado es de dos y un cubo lo es de tres.

Pero en el mundo del Caos esto parece no ser suficiente. Mandelbrot mostró la utilidad, o quizá la "necesidad", de considerar la existencia de figuras geométricas cuya dimensión no fuera un número entero.

Por ejemplo, cuando se considera el "Triángulo de Sierpinski", una peculiar figura construida por el matemático polaco Waclaw Sierpinski (pronúnciese "Vasluav") a principios del siglo XX, la dimensión que habría de corresponderle, de acuerdo con la propuesta de Mándelbrot, sería de 1.584…

Si se trata del "Conjunto de Cantor", una interesante figura construida a partir de la segmentación de una línea recta, propuesta por el matemático alemán Georg Cantor, que vivió entre los siglos XIX y XX, la dimensión que habría de asignársele sería de 0.630…

Verdaderamente impresionante, e incluso inverosímil. Pero esto es lo que debe considerarse cuando se estudian sistemas dinámicos en la Física Matemática moderna. Un caso que nos resultará mucho más cercano por tratarse del un investigador mexicano, de origen ruso, que se especializa en la Física de la Fractura, es el del Doctor Alexander Balankin.

Dirige el grupo de Mecánica Fractal en el Instituto Politécnico Nacional, México. En el 2002 fue galardonado con el Premio Nacional de Ciencias y Artes, y en 2005 recibió el "*UNESCO Science Prize*" por las aplicaciones de la Mecánica Fractal en la Ingeniería. A decir verdad, la Física de la Fractura es sólo una de las ramas en las que el Dr. Balankin es experto, pero también es una de las más importantes.

Este ejemplo nos permite ilustrar, de una manera sumamente fuerte, la importancia de la Geometría Fractal, y por ende de la Teoría de Caos, para las ciencias modernas. En no pocas ocasiones se ha sugerido que la Geometría Fractal es una quimera matemática, que no guarda relación con el mundo real. El trabajo del Dr. Balankin termina esta discusión, desde que la Ingeniería fundamenta su existencia en todo aquel trabajo intelectual que puede usarse en situaciones prácticas.

Pero hay muchas otras ramas de las ciencias aplicadas que día con día emplean y desarrollan ramas de la Teoría del Caos. El concepto de "entropía", ampliamente utilizado en Fisicoquímica, fue acuñado desde la perspectiva del Caos.

Existe incluso la posibilidad de que nuevas técnicas de imagenología médica, como la Tomografía por Impedancia Eléctrica, puedan incluirse como parte de esta Teoría, desde que nuevas herramientas matemáticas han trazado nuevos senderos para entender problemas que antes resultaban inescrutables.

A manera de conclusión, recordemos que en la mayor parte de los casos, las ciencias relacionadas con la Física Matemática no buscan predecir de manera explícita la dinámica de los sistemas, sino de clasificar y estudiar su naturaleza.

Bajo esta perspectiva, la Teoría del Caos y sus maravillosas herramientas, como la Geometría Fractal, tienen aún un inmenso camino por recorrer, dejando de manifiesto que todo aquello que se tenía por bien sabido, puede guardar una inmensa cantidad de sorpresas, si se cuenta con el instrumento de observación adecuado.

El lector debe mantener presente que una de las cualidades que nunca debe faltar en las mentes de los científicos es la capacidad de maravillarse. Desde esta perspectiva, la Teoría del Caos verdaderamente facilita nuestras labores.