Aproximación del precio de seguros para clientes con diferentes perfiles de riesgo mediante técnicas de teoría de juegos con información asimétrica.

VARGAS ANDRADE ADRIÁN [1], ANDRADE, L.A. [2,3]

***Resumen*— Generalmente en todo tipo de mercados se designa un precio estándar a un bien, y con base a este precio se realiza el total de transacciones sobre el mismo, pero en el mercado de los seguros esto puede resultar problemático, ya que el precio de la prima se forma con base al riesgo de sufrir el siniestro cubierto por la póliza, así, se busca conocer la probabilidad de ocurrencia de dicho siniestro, pero esa información es mejor conocida por el contratante del seguro y no por la aseguradora por lo que se tiene que aproximar de manera indirecta. Este trabajo toma como base un modelo de teoría de juegos para diferenciación de perfiles de riesgo como método para calcular el precio de prima para un seguro que se comercialice a clientes con probabilidades variables de sufrir un siniestro, sin conocer con anterioridad el perfil del contratante del seguro.**

Los resultados de este trabajo buscan poder calcular las probabilidades que cada grupo de manera que se puedan crear precios de primas diferenciados por el nivel de riesgo que el perfil del cliente representa mediante señales que el mismo cliente pueda aportar de manera honesta y sin que existan incentivos a mentir en dichas señales para la obtención de un mejor trato.

I. INTRODUCCIÓN

En gran cantidad de mercados normalmente se designa un precio único a un producto o servicio por unidad, y con base a ese precio se realiza el total de transacciones sobre el mismo. Ésta usanza suele ser eficiente cuando ambas partes involucradas en la transacción cuentan con toda la información necesaria sobre el bien, es decir, entienden por completo el producto y sus beneficios.

[1] VARGAS ANDRADE ADRIAN Egresado de la carrera de ACTUARÍA DE LA FACULTAD DE NEGOCIOS y realizó el proyecto dentro del curso TEORÍA DE JUEGOS (Email: adrian.vargas911@gmail.com).
Agradezco a mis profesores y amigos que me apoyaron en este largo camino.

El proyecto fue asesorado por [2] ANDRADE LUIS; Líder del Grupo de investigación en divulgación de la ciencia actuarial, Facultad de Negocios, Universidad La Salle, Ciudad de México. Benjamín Franklin No. 47, Col. Condesa-06140-México, D.F. +52 (55) 52789500 Ext 2234 luis.andrade@ulsa.mx

[3] Los autores agradecen a la Universidad La Salle por el apoyo en la realización de este trabajo, que se realizó bajo el proyecto de investigación: Modelación Matemática de Fenómenos Económicos Diversos, con clave CA-015/14. Que dirige Dr. Luis Antonio Andrade Rosas.

Pero, como dice [1], cuando una de las dos partes no cuenta con la información completa, ésta manera de dar valor a un producto o servicio puede que no sea la más conveniente pues existen variables que pueden afectar el valor y que son desconocidas o muy difíciles de calcular para una de las partes, por lo cual se puede querer crear precios dinámicos con base a signos o "señales" que la contraparte con toda la información nos pueda proporcionar para así poder conocer con mayor certeza el valor real del bien.

Las compañías aseguradoras se enfrentan a clientes que presentan diferentes niveles de riesgo, y esto se complica ya que los clientes son los únicos que conocen este riesgo y no lo comparten a la aseguradora, por lo cual, como lo explica [4] el poder diferenciar a dichos clientes de acuerdo a señales que puedan proporcionar lograría hacer a este mercado mucho más eficiente.

Desde el punto de vista de la compañía, se busca crear incentivos para que los clientes de bajo riesgo revelen información que sea suficiente para diferenciarlos de clientes de alto riegos. Ahora, el crear una diferenciación demasiado marcada para ambos grupos podría ocasionar que el grupo de alto riesgo se vea tentado a mentir en sus señales para poder disfrutar de los beneficios de ser considerado como parte del grupo de bajo riesgo. Esto ocasionaría pérdidas para la compañía aseguradora al no cobrar suficiente prima para hacer frente a sus obligaciones, por lo cual la primera parte de este trabajo se enfoca en la designación de precios de primas en las que ambos grupos se vean dispuestos a diferenciarse y no mentir.

El propósito de este trabajo es relacionar la teoría de juegos con los seguros y el bienestar de los clientes. Esto lo haremos tanto analíticamente como gráficamente. Más adelante, se busca incluir las señales obtenidas de los clientes de bajo riesgo en el cálculo de nuevas probabilidades y así poder ofrecerles primas con precios acordes a su nivel de riesgo como grupo.

II. REQUISITOS

"La Teoría de Juegos estudia de manera formal y abstracta las decisiones óptimas que deben tomar diversos adversarios en conflicto, pudiendo definirse como el estudio de modelos matemáticos que describen el conflicto y la cooperación entre entes inteligentes que toman decisiones."[1]

En teoría de juegos, como explica [2], se conoce como *jugadores* a aquellos participantes del conflicto y como *beneficio* o *utilidad* a los resultados que obtengan de sus decisiones y de las de los demás jugadores. Dichos jugadores son considerados como racionales y se espera que busquen generar bienestar para ellos mediante la obtención de los mejores resultados posibles con base a sus decisiones.

Además, como [1] aclara, dichos jugadores pueden no solo ser personas, sino sistemas de cooperación como lo son por ejemplo empresas, gobiernos, equipos, etcétera. Las posibles decisiones que tengan a su disposición los jugadores se les conocen como *estrategias* las cuales en conjunto con la decisión que tomo el otro jugador darán mejores o peores beneficios.

Ahora, [3] explica que el fin de estudiar un juego es encontrar al menos una solución del mismo, trasladando esto a nuestro problema, se quiere encontrar el conjunto de estrategias que los jugadores escogerán dado que son racionales y han analizado las consecuencias de sus decisiones, a este conjunto se le conoce como *equilibrio de Nash*, y se logra cuando todos los jugadores son capaces de utilizar sus mejores estrategias simultáneamente, esto significa que ninguno de ellos tiene incentivos a cambiar de estrategia.

De ésta manera, se dice que se tiene un *juego con información perfecta* cuando cada uno de los jugadores conoce el contexto de los demás jugadores así como los beneficios que puede obtener, y no sabe qué estrategia va a elegir su contraparte pues de lo contrario contaría con información ventajosa.

Entonces, se conoce como *juego con información incompleta, imperfecta, asimétrica* o *juego Bayesiano* aquel juego en el que al menos uno de los jugadores no cuenta con el total de la información, lo que significa que se verá obligado a asignar *creencias* sobre dicha información, éstas creencias se ven reflejadas como probabilidades debido a la incertidumbre que se tiene sobre ellas.

En un juego Bayesiano un jugador al contar con información privada será capaz de tener una posición respecto al riesgo, que el otro jugador no podrá conocer, así, el jugador con información incompleta la asignará dos posiciones: *pesimistas* y *optimistas*, las cuales contarán probabilidades de ocurrencia subjetivas.

Cuando la aseguradora observa señales que le permiten crear de mejor forma estas probabilidades subjetivas y con ello encontrar la mejor respuesta entre el jugador con información incompleta y cada uno de las posiciones que el jugador con información completa puede tener, se tiene entonces lo que la literatura llama un Equilibrio de Nash Bayesiano (ENB).

III. Metodología

El planteamiento del problema es, diferenciar a los clientes por su nivel de riesgo en dos grupos, y de ésta manera obtener un par de precios de primas diferentes para ambos: asegurados de alto riesgo y asegurados de bajo riesgo, diferenciándolos con base a señales que ellos nos brinden, para lograr calcular dos probabilidades de riesgo diferentes y así, lograr primas diferentes sin permitir que la diferencia en precios sea lo suficientemente grande como para que un grupo mienta para hacerse pasar por el otro.

Como nos dice [3] en los juegos de negociación no debe de existir negociaciones previas y se busca un equilibrio de Nash en el que el problema de equilibrios no sea demasiado difícil de abordar, y este se lograra cuando el diferencial (excedente) en el valor percibido del contrato por ambas partes se distribuya de tal manera que ambos lo consideren justo y el trato se lleve a cabo, de lo contrario no existe trato.

Por consiguiente la aseguradora puede brindar una prima menor a los asegurados que proporcionen información necesaria para demostrar que son sujetos de bajo riesgo, por ejemplo, si una persona quiere asegurar su automóvil contra robo la prima puede bajar si demuestra que su vehículo cuenta con alarma antirrobo, o si demuestra que vive en una zona con bajo índice de inseguridad.

Ahora, supongamos que una aseguradora ofrece un seguro que tiene una cobertura por x cantidad de dinero; basándonos en [4] y dado que en nuestro problema inicial, la aseguradora no pude deducir si una persona es de alto o bajo riesgo, y las probabilidades que utilice para calcular la prima serán con base a información histórica del mercado.

Para abordar nuestro problema, imaginemos que una persona parte de K cantidad de riqueza, podemos definir a π como la probabilidad de esa persona sufra un incidente que afecte dicha riqueza en r cantidad y $(1-\pi)$ como la probabilidad de que no ocurra nada y mantenga el mismo nivel de riqueza. Supongamos para este ejercicio una *función de utilidad* (que es el bienestar que genera una cantidad dada) logarítmica, esto es, $U(W) = \ln(W)$ de ésta forma, la *utilidad esperada (*que es la utilidad media a lograr) para ésta persona es:

$$UE = \pi * U(K-r) + (1-\pi) * U(K) \quad (1)$$
$$= \pi * \ln(K-r) + (1-\pi) * \ln(K) \quad (2)$$

En este caso, el costo justo de la prima desde el punto de vista de la aseguradora será $\pi * r$, asumiendo que la compañía funciona con gastos y costos de administración inexistentes, de ésta manera si la persona se asegura por el total de la posible pérdida, tendría una riqueza de $K - \pi * r$ independientemente si sufre un siniestro no, por lo cual

$$UE = U(K - \pi * r) \quad (3)$$
$$= \ln(K - \pi * r) \quad (4)$$

De aquí, podemos calcular a cantidad máxima que el sujeto estaría dispuesto a pagar por un seguro la cuál es:

$$UE = U(K-x) \quad (5)$$
$$= \ln(K-x) \quad (6)$$

De (4), sustituyendo UE

$$\pi * \ln(K-r) + (1-\pi) * \ln(K) = \ln(K-x) \quad (7)$$
$$e^{\pi*\ln(K-r)+(1-\pi)*\ln(K)} = K - x \quad (8)$$

Así, el valor máximo que una persona estará dispuesta a pagar por un seguro es:

$$K - e^{\pi*\ln(K-r)+(1-\pi)*\ln(K)} \quad (9)$$

Ahora, una aseguradora se enfrenta a individuos de alto riesgo con probabilidad π_h de sufrir un siniestro, e individuos de bajo riesgo con probabilidad $\pi_l$de sufrir un siniestro. De ésta manera, se crean dos situaciones contingentes para cada tipo de individuo: del ejercicio anterior definimos p como el costo del seguro, φ la cantidad que pagara la aseguradora, K_1 como la riqueza del sujeto si no sufre el siniestro y K_2 como la riqueza del sujeto si sufre un siniestro, por lo que la riqueza contingente queda de la siguiente manera:

$$K_1 = K - p = K - \pi\varphi \quad (10)$$

$$K_2 = K - p - r + \varphi = K - r + (1-\pi)\varphi \quad (11)$$

IV. Información imperfecta, seguros y bienestar

Una vez terminado la parte analítica, la manera gráfica en que capturaremos ésta relación se observa en la figura 1.1.

Para nuestro trabajo definiremos la función de utilidad, que representa el bienestar de los individuos respecto a la riqueza obtenida en los estados contingentes existentes, es:

$$U(i) = K_1^{\pi_i} K_2^{1-\pi_i} \quad (12)$$

Dónde:
i representa a los clientes de alto riesgo y de bajo riesgo.

Ahora, si fijamos como constante a $U(\cdot)$ podemos obtener una nueva expresión $K_2^{\beta} = \frac{U(\cdot)}{K_1^{\alpha}}$ la cual muestra las diferentes combinaciones de las riquezas en los estados contingentes que nos dan un determinado nivel de utilidad, la cual se llama curva de bienestar. En la figura 1.1. se observan tales curvas para dos tipos de individuos, el de alto riesgo ($U(H)$, en rojo) y el de bajo riesgo ($U(L)$, en azul), con base en los dos estados posibles de riqueza, donde la línea recta a 45° que se conoce como *línea de certeza*, representa la utilidad obtenida cuando se contrata un seguro de cobertura amplia.

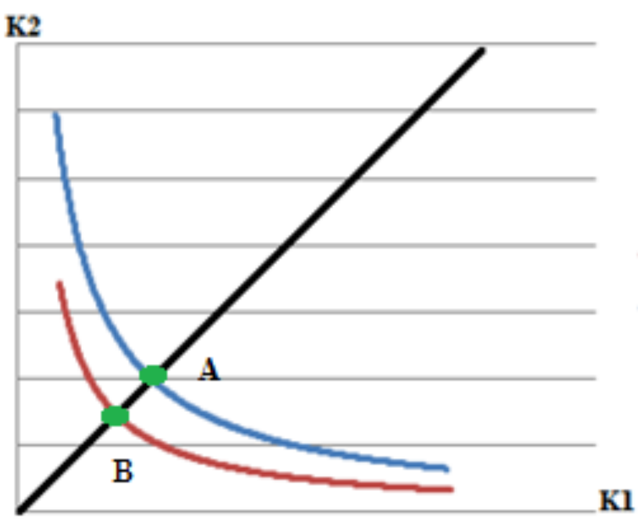

Figura 1.1 Pólizas de seguros bajo información imperfecta.

Cabe aclarar que los valores que tomaran las K_i dependen directamente de las probabilidades de sufrir o no un siniestro del perfil de la persona. Más adelante, de acuerdo a la teoría económica obtenemos la Tasa Marginal de Sustitución como

$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{(1-\pi) * U'(K_1)}{\pi * U'(K_2)} \quad (13)$$

De ésta forma obtenemos la TMS para individuos de alto riesgo $\frac{1-\pi_H}{\pi_H}$ y de bajo riesgo $\frac{1-\pi_L}{\pi_L}$, de los cuales es claro que $\frac{1-\pi_L}{\pi_L} > \frac{1-\pi_H}{\pi_H}$, esto significa que una persona de bajo riesgo no necesita sacrificar la misma cantidad de riqueza de un estado sin siniestros para obtener suficiente riqueza en un estado con siniestros.

La falta de información de la aseguradora hace que no se puedan ofrecer seguros al gusto de los clientes, pues como podemos apreciar, el precio de la póliza para el individuo con riesgo bajo tenderá a ser menor que la del sujeto de riesgo alto logrando obtener la misma utilidad. Con esto en mente, una compañía aseguradora enfrentaría a clientes de alto riesgo insatisfechos y con incentivos a contratar las pólizas de sus contrapartes de bajo riesgo (de menor costo) si la oportunidad se presenta, lo cual representaría pérdidas para la compañía. Por lo que se debe de plantear nuevas soluciones a este problema.

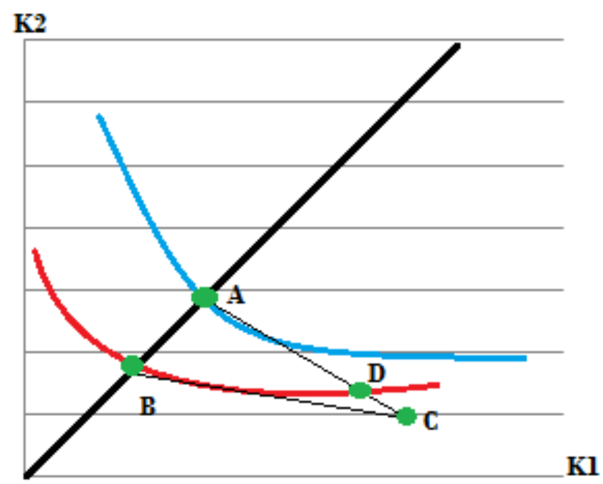

Figura 1.2: Solución a la falta de información de la empresa.

De la Figura 1.2 las líneas rectas con los puntos AC y BC representan los seguros justos pero de cobertura parcial para cada tipo de individuo, esto significa que el seguro cubre parcialmente una pérdida en caso de siniestro, pero la prima es proporcionalmente menos costosa.

La línea recta entre los puntos AB representa diferentes seguros de cobertura completa a diferentes precios. Cualquier seguro dentro de ésta línea no es factible pues no sería justo y representaría una utilidad menor para los individuos de bajo riesgo (por lo cual no contratarían el seguro en cuestión), mientras que la compañía sufriría pérdidas al asegurar individuos de alto riesgo (debido a una prima insuficiente que no cubre todos los gastos de la compañía).

De igual manera cualquier seguro en la línea AD no es funcional para la compañía pues si bien es justo para los individuos de bajo riesgo brinda razones para que los individuos de alto riesgo mientan para migrar de perfil y así la compañía aseguradora tendrá pérdidas.

Continuando con ésta lógica, un seguro único dentro de la recta BC mostraría ser justo para los individuos de alto riesgo pero disminuiría su utilidad, por lo que no tendrían incentivos a contratar, además, no tendría sentido para individuos de bajo riesgo los cuales se verán tentados a no contratar dicho seguro pues su riqueza y utilidad estarían disminuyendo.

En cambio, cualquier seguro de cobertura parcial dentro de la recta DC que se ofrezca para perfiles de bajo riesgo, representaría un trato justo y sería válido para ellos contratarlo, pero un individuo de alto riesgo se vería disuadido a contratar un seguro de éstas características pues su utilidad estaría disminuyendo frente a contratar un seguro de cobertura completa con precio ajustado a su perfil (es decir un seguro en el punto B).

Con esto en mente la solución es ofrecer dos tipos de seguros, uno de cobertura completa en B que solo los individuos de alto riesgo se verían tentados a contratar y un seguro de cobertura parcial dentro de la recta DC que solo los individuos de bajo riesgo querrían adquirir.

V. Incorporación de señales mediante modelos econométricos.

Ahora, si bien ese par de seguros forma una solución actuarialmente justa para la empresa que hasta este momento no cuenta con mayor información sobre sus clientes, no es una solución favorable para los clientes de bajo riesgo, pues solo pueden cubrir su riesgo parcialmente. Por lo tanto, el cliente de bajo riesgo exigirá una póliza de cobertura total para sentirse cómodo, la cual, la solución anterior no puede ofrecer.

Con esta necesidad de parte de los clientes, la compañía aseguradora exigirá alguna prueba que muestre que se es un cliente de bajo riesgo para ofrecer un seguro de cobertura amplia. El método de juegos Bayesianos lo resuelve encontrando las nuevas probabilidades con la inclusión de dicha prueba en probabilidades condicionales.

Nuestra propuesta es encontrar estas probabilidades incorporando información mediante la señas propuesta a un modelo econométrico. Así, el problema a resolver será busca calcular el nivel de riesgo de este grupo, para dar cabida a seguros que se tengan cobertura total con una prima más baja que la ofrecida a los clientes de alto riesgo una vez que se han entregado señales claras e inequívocas de que se pertenece a este grupo.

Ya que son necesarias señales que no den cabida a la especulación, es posible calcular una nueva probabilidad π_l con la cual se podría abordar el problema con la solución obtenida anteriormente en la ecuación (9). Mientras tanto, la empresa aseguradora puede calcular π_h con los métodos tradicionales.

Hasta éste punto no se ha abordado una metodología para obtener la probabilidad π_l. Para este fin se propone calcular dicha probabilidad de manera práctica, tomando información histórica del mercado sobre el que se trabaje y separándola en los dos grupos anteriormente descritos, puesto que solo nos interesa utilizar nuestro modelo de regresión en los individuos de bajo riesgo.

Ahora, el hecho de pertenecer al grupo de bajo riesgo represento un costo extra a dicho individuo que no enfrento su contraparte, como por ejemplo, el adquirir una casa en una zona más segura los cual conlleva a un menor riesgo de robo dentro de la misma o el adquirir un automóvil con más o mejores sistemas de seguridad los cual llevaría a un índice de accidentes menor.

Esto resultará en un diferenciador para los individuos de bajo riesgo, por lo cual, la medición de estos costos extras nos podría dar una señal cuantitativa, confiable y relativamente fácil de medir, que además, será difícil de imitar para un cliente de alto riesgo fraudulento.

Con esto en mente, y utilizando modelos econométricos específicos para este fin, proponemos un modelo, el cual quedaría representado de la siguiente manera:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1,i} + \beta_2 X_{2,i} U_i \tag{14}$$

Dónde:

Y_l es el costo de la prima para un individuo de bajo riesgo
$X_{1,i}$ es la cantidad cubierta por el seguro
$X_{2,i}$ es el costo de la implementación de las señales
U_i es el componente aleatorio intrínseco del modelo

Cabe aclarar que U_i es una variable aleatoria Normal con media cero y varianza σ.

Al incorporar la nueva variable de los individuos de bajo riesgo, el modelo obtiene mayor información sobre el comportamiento de ellos y automáticamente el mismo puede actualizar el riesgo de siniestro de nuestro cliente de bajo riesgo, el cual se verá reflejado en la constante β_1 que podemos tomar como nuestra nueva π_l. Y con ello darnos la información necesaria para poder ofrecer un seguro de cobertura amplia para este nuevo grupo que no será atractivo ni fácil de obtener para un cliente de alto riesgo.

Por último, éste trabajo se ve limitado a presentar resultados numéricos, ya que no era el objetivo, sin embargo se retomará en trabajos posteriores.

Referencias

[1] Fernández Rodriguez, F. (2005). *Teoría de juegos: análsis matemático de conflictos.* Gran Canaria: Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

[2] Ricart, J. E. (1988). *Una Introducción a Teoría de Juegos.* Barcelona: IESE Business School.

[3] Binmore, K. (2009). *La Teoría de Juegos: una breve introducción.* Michigan: McGraw-Hill.

[4] Snyder, C., & Nicholson, W. (2008). *Microeconomic Theory: Basic Principleas and Extensions.* Mason, Ohio: South-Western CENGAGE Learning.

[5] Varian, H. R. (1992). *Análisis Microeconómico.* España: Antonio Bosch

[6] Kreps, D. M. (1991). *Game Theory and Economi Modelling.* Gran Bretaña: Oxford.